Maths collège

Définition du PGCD : cours, méthodes et exercices corrigés en 3e

Comprends la définition du PGCD en 3e : cours simple, exemples résolus, exercices progressifs, correction détaillée et PDF à imprimer.

Cours de mathématiques niveau 3e

Le PGCD de deux entiers est leur plus grand diviseur commun : le plus grand nombre qui divise les deux sans reste. Pour 42 et 63, les communs sont 1,3,7 et 21 : le PGCD vaut 21.

Découper un rectangle de 60 cm sur 100 cm en carrés identiques, sans chute : quelle taille choisir ? C'est du PGCD. On se calme, franchement, le sigle fait peur mais c'est du vocabulaire de primaire. C'est là que tout le monde se plante : confondre PGCD et PPCM.

Le PGCD, c'est quoi exactement ?

Un **plus grand commun diviseur** tombe juste dans les deux nombres, *sans reste*.

Le PGCD de deux entiers naturels non nuls est le plus grand entier qui divise les deux à la fois.

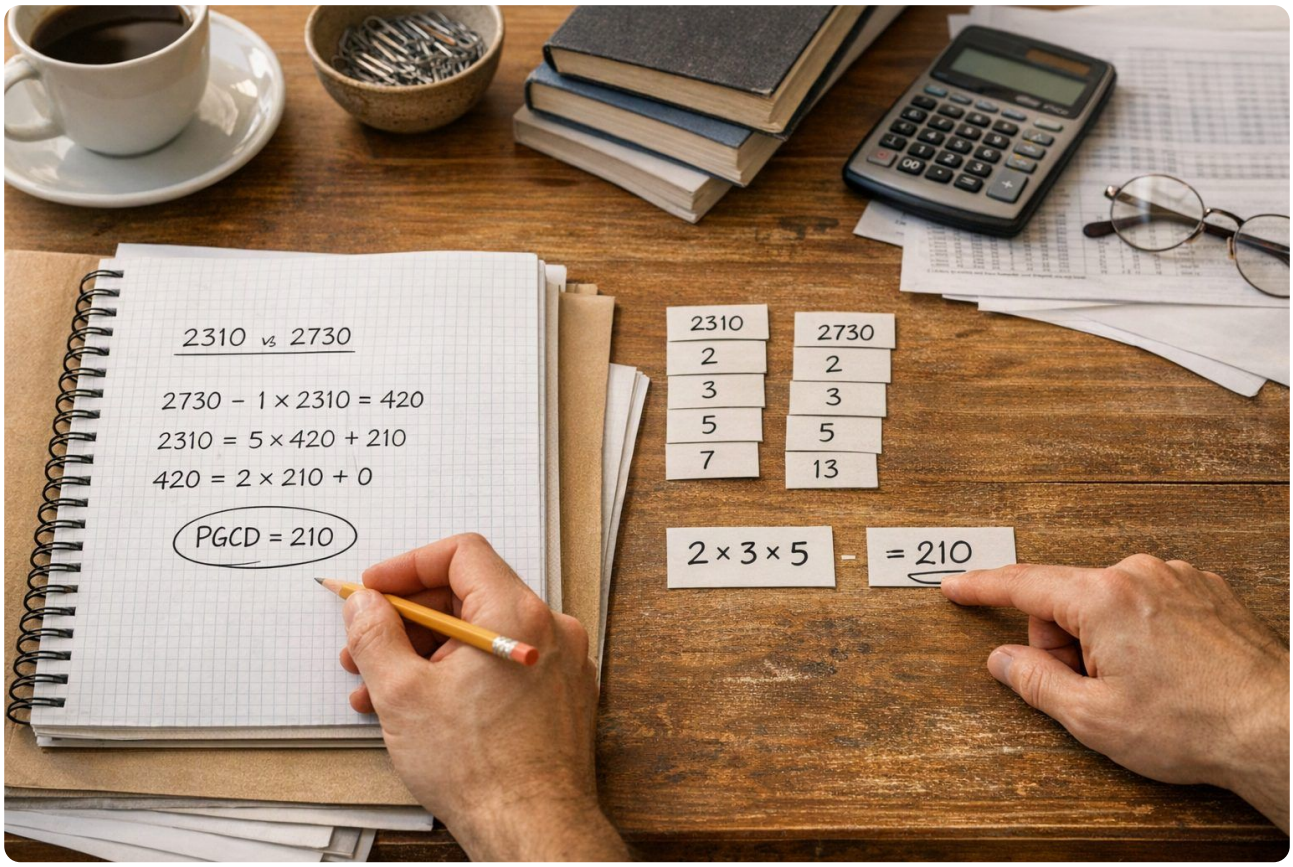
Exemple : 42 a pour diviseurs 1,2,3,6,7,14,21,42 ; 63 a pour diviseurs 1,3,7,9,21,63. Si le PGCD vaut 1, les nombres sont **premiers entre eux**.

Trouver le PGCD de 60 et 100 avec la liste des diviseurs

Liste les diviseurs de chaque nombre, entoure les communs, garde le plus grand. Cherche **par paires** (1 × 60,2 × 30,3 × 20,4 × 15,5 × 12,6 × 10) : un oubli, et tout dérape.

Nombre	Diviseurs
60	1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60
100	1,2,4,5,10,20,25,50,100
Diviseurs communs	1,2,4,5,10,20
PGCD	20

Le plus grand carré possible a 20 cm de côté : 60 ÷ 20 = 3 et 100 ÷ 20 = 5, soit 15 carrés. Limite franche : cette méthode devient une usine à oublis dès que les nombres grossissent.



Deux méthodes qui marchent quand les nombres deviennent gros

- Facteurs premiers : 60 = 2² × 3 × 5 et 100 = 2² × 5². Garde les facteurs communs au **plus petit exposant** : 2² × 5 = 20.
- *Euclide* : 100 = 60 × 1 + 40, puis 60 = 40 × 1 + 20, puis 40 = 20 × 2 + 0. Le dernier reste non nul, 20, est le PGCD.

Liste pour de petits nombres, facteurs premiers si ils sautent aux yeux, Euclide pour les grands : que des divisions, aucune devinette.

Les erreurs que tout le monde fait avec le PGCD et le PPCM

Piège 1 : t'arrêter au premier diviseur commun. Pour 60 et 100,10 divise les deux, mais 20 aussi. Piège 2 : **diviseur ou multiple ?** Le PGCD n'est jamais plus grand que les deux nombres, le PPCM jamais plus petit. Piège 3 : zapper la vérification. Partage en parts égales ou fraction irréductible (60/100 devient 3/5 en divisant par 20), c'est un PGCD.

À retenir

- Le PGCD est le plus grand diviseur commun de deux nombres.
- Il est plus petit ou égal à chacun.
- Vérifie toujours par une division.

Vos questions

Que veut dire PGCD ?

Plus grand commun diviseur : le plus grand entier qui divise deux nombres sans reste. Pour 42 et 63, c'est 21.

Comment calculer le PGCD de deux entiers ?

Avec la liste des diviseurs, la décomposition en facteurs premiers ou l'algorithme d'Euclide. Même résultat : 20 pour 60 et 100.

Comment trouver le PGCD rapidement ?

Euclide : divise le grand nombre par le petit, puis le diviseur par le reste, jusqu'à un reste nul. Pour 42 et 63 : $63 = 42 \times 1 + 21$, puis $42 = 21 \times 2 + 0$. Le PGCD est 21.

Quelle est la différence entre le PGCD et le PPCM ?

Le PGCD est le plus grand diviseur commun, le PPCM le plus petit multiple commun. Pour 60 et 100 : 20 et 300.

Comment calculer le PGCD par décomposition ?

Décompose, garde les facteurs communs au plus petit exposant, multiplie. Avec $42 = 2 \times 3 \times 7$ et $63 = 3^2 \times 7$: $3 \times 7 = 21$.

Continue sur maths-college.fr

Maths collège - Document pédagogique