



Dérivée de cosinus : formule simple, pièges et exemples

Dérivée de cosinus : retenir facilement que $\cos(x)' = -\sin(x)$, avec explications claires, pièges fréquents et exemples corrigés.

Cours de mathématiques niveau

La dérivée de $\cos(x)$ est $-\sin(x)$. Cette formule vaut pour tout réel x et sert aussi de base pour dériver des expressions comme $\cos(2x)$ ou $\cos(u)$, en appliquant la règle de la dérivation composée.

Vous hésitez toujours sur le signe moins devant la dérivée de cosinus ? C'est normal : beaucoup d'élèves confondent encore $\cos(x)'$ avec $\sin(x)$, ou mélangent dérivée et primitive. Pour bien retenir la bonne formule, il faut la relier à ce que représentent sinus et cosinus sur le cercle trigonométrique et sur leurs courbes. Avec quelques repères simples, la dérivée de cosinus devient beaucoup plus facile à mémoriser, et surtout à utiliser correctement dans les exercices, y compris quand l'angle n'est plus seulement x mais $2x$ ou une expression plus compliquée.

En bref : les réponses rapides

Quelle est la dérivée de $\cos(2x)$? — On applique la règle de la chaîne : la dérivée de $\cos(2x)$ est $-2\sin(2x)$. Le 2 vient de la dérivée de l'expression intérieure $2x$.

Comment ne plus oublier le signe moins dans la dérivée de cosinus ? — Le plus simple est d'apprendre la boucle de dérivation trigonométrique : sin devient cos, puis cos devient -sin. Le signe moins apparaît toujours au passage de cos vers sin.

Quelle différence entre la dérivée de $\cos(x)$ et la primitive de $\cos(x)$? — La dérivée de $\cos(x)$ est $-\sin(x)$, tandis qu'une primitive de $\cos(x)$ est $\sin(x)+C$. Dériver et primitiver sont deux opérations inverses mais les résultats ne se ressemblent pas toujours.

La formule est-elle valable pour tout réel x ? — Oui, la fonction cosinus est dérivable sur tout \mathbb{R} . Sa dérivée est donc définie pour chaque nombre réel x .

Quelle est la dérivée de cosinus ?

La **dérivée de cosinus** est immédiate à connaître : pour tout réel x , la dérivée de $\cos(x)$ vaut $-\sin(x)$. Autrement dit, la **fonction cosinus** change selon une règle très simple, qu'on retrouve dans tout **tableau des dérivées**. La *dérivée formule* à mémoriser est donc :

$$(\cos x)' = -\sin x$$

Dériver une fonction, c'est mesurer sa variation instantanée en chaque point. Si une fonction s'écrit $f(x)$, sa dérivée se note $f'(x)$. Dans le cas du cosinus, si $f(x) = \cos(x)$, alors $f'(x) = -\sin(x)$. Cette égalité vaut pour **tout réel** x , sans exception. Elle décrit aussi la pente de la **courbe représentative** de la fonction cosinus : là où $\cos(x)$ monte, $-\sin(x)$ est positif ; là où elle descend, $-\sin(x)$ est négatif. C'est exactement ce lien entre allure de courbe et **fonction dérivée** qu'on exploite dans les exercices, notamment quand on lit un graphique ou qu'on complète un tableau de variations.

Un rappel utile aide à mieux fixer l'idée. Sur le cercle trigonométrique, le **cosinus** et le **sinus** sont deux fonctions trigonométriques usuelles, liées à la position d'un point quand l'angle varie. Le cosinus correspond à l'abscisse, le sinus à l'ordonnée. Quand l'angle tourne, ces deux grandeurs évoluent ensemble, mais avec un décalage ; c'est ce qui explique, au fond, pourquoi la dérivée de $\cos(x)$ fait apparaître $\sin(x)$ avec un signe moins. Certains cours proposent une démonstration à partir de limites, d'autres passent par les courbes représentatives ou par une lecture géométrique du cercle. Ici, l'essentiel est de retenir la relation juste, puis de savoir la reconnaître dans un **tableau dérivée** ou dans un calcul direct.

Le piège classique est de confondre **dérivée** et primitive. La dérivée de $\cos(x)$ est $-\sin(x)$, mais une primitive de $\cos(x)$ est $\sin(x) + C$. Le signe change, et la nature de la question aussi. Cette confusion revient souvent, surtout quand on révise vite les formules usuelles avec x^2 , $\sin(x)$ ou d'autres fonctions. Pour mémoriser intelligemment, je conseille une association simple : $\sin'(x) = \cos(x)$, donc, en sens cyclique, $\cos'(x) = -\sin(x)$. Ce repère évite beaucoup d'erreurs, y compris dans les cas dérivés que l'on rencontre ensuite, comme $\cos(2x)$ ou plus généralement $\cos(u)$, où la formule de base reste vraie mais se combine avec la dérivation en chaîne.

Pourquoi la dérivée de $\cos(x)$ vaut-elle $-\sin(x)$?

La dérivée de $\cos(x)$ vaut $-\sin(x)$, car le **taux de variation instantané** du cosinus suit exactement l'opposé du sinus. En lisant la **courbe du cosinus**, on voit que



ses pentes sont nulles aux sommets, négatives quand la courbe descend, puis positives quand elle remonte : ce profil correspond à $-\sin(x)$.

Graphiquement, l'idée est très parlante. Le **nombre dérivé** en un point mesure la pente de la tangente à la **courbe représentative**. Or, pour $y = \cos(x)$, cette pente change de façon régulière. En $x = 0$, la courbe atteint un maximum, donc la tangente est horizontale : la pente vaut 0 , ce qui coïncide avec $-\sin(0) = 0$. En $x = \frac{\pi}{2}$, la courbe traverse l'axe en descendant le plus vite, et la pente vaut -1 ; là encore, on retrouve $-\sin(\frac{\pi}{2}) = -1$. En $x = \pi$, nouveau sommet, mais cette fois un minimum : pente nulle. Le motif se répète. C'est précisément ce que décrit $-\sin(x)$. Le signe "moins" n'est donc pas arbitraire. Il traduit le fait que, sur une grande partie du cycle, le cosinus décroît quand le sinus est positif.

Si l'on veut relier cette intuition à une **démonstration dérivée cosinus**, on passe par la définition du **nombre dérivé** avec une **limite** :

$$\frac{\cos(x+h) - \cos(x)}{h}$$

quand h tend vers 0 . On utilise alors l'identité trigonométrique

$$\cos(x+h) = \cos(x)\cos(h) - \sin(x)\sin(h).$$

En remplaçant puis en regroupant, on fait apparaître deux quotients classiques. Le premier contient $\frac{\cos(h) - 1}{h}$, qui tend vers 0 . Le second contient $\frac{\sin(h)}{h}$, une **limite trigonométrique** fondamentale, qui tend vers 1 . Par conséquent, il reste seulement $-\sin(x)$. La démonstration complète demande un peu de soin, néanmoins son idée centrale est simple : on compare les variations de \cos sur un très petit intervalle, puis on laisse cet intervalle se resserrer vers 0 .

Un autre repère utile vient de la symétrie. Le cosinus est une **fonction paire**, car $\cos(-x) = \cos(x)$. Sa courbe est donc symétrique par rapport à l'axe des ordonnées. Cette propriété aide à comprendre pourquoi les pentes à gauche et à droite se répondent avec des signes opposés. En revanche, elle ne suffit pas à prouver que la dérivée vaut $-\sin(x)$. Elle éclaire seulement la forme globale. Pour réviser, retiens ceci : \cos décrit la hauteur, sa dérivée décrit la pente, et cette pente suit $-\sin$. C'est la version intuitive que l'on retrouve dans toute bonne démonstration de la dérivée des fonctions sinus et cosinus.

Dérivée de $\cos(x)$ - Démonstration — KhanAcademyFrancophone

Comment dériver $\cos(u)$ et les expressions comme $\cos(2x)$?

Pour **comment dériver $\cos u$** , on applique la **règle de la chaîne** : si une fonction a la forme $\cos(u)$, alors sa dérivée vaut $-u' \sin(u)$. Autrement dit, on garde l'expression complète dans le sinus, on ajoute le signe moins, puis on multiplie par la dérivée de l'intérieur. Ainsi, la **dérivée de $\cos(2x)$** est $-2 \sin(2x)$, et non $-\sin(2x)$.

Rappel ultra-court : la dérivée de $\cos(x)$ est $-\sin(x)$. Dès que l'angle n'est plus simplement x , mais une expression comme $2x$, x^2 ou $\frac{1}{x}$, on utilise la **règle de la chaîne**. La formule générale est

$$(\cos(u))' = -u' \sin(u).$$

Le réflexe utile : repérer l'extérieur, dériver l'intérieur, puis multiplier.

Exercice 1 — □

Calculer la dérivée de $\cos(2x)$.

Voir le corrigé

On reconnaît la formule de base des **fonctions trigonométriques** :

$$(\cos(x))' = -\sin(x).$$

Ici, l'intérieur vaut $u = 2x$, donc $u' = 2$. En appliquant

$$(\cos(u))' = -u' \sin(u),$$

on obtient $-1 \times \sin(2x) = -\sin(2x)$.

Exercice 2 — □

Calculer la **dérivée de $\cos(2x)$** .

Voir le corrigé

On pose $u = 2x$. Alors $u' = 2$. Avec la **règle de la chaîne**,

$$(\cos(2x))' = -2\sin(2x).$$

L'erreur classique consiste à écrire seulement $-\sin(2x)$, en oubliant de dériver l'intérieur.

Exercice 3 — □

Calculer la dérivée de $\cos(3x + 1)$.

Voir le corrigé

On prend $u = 3x + 1$, donc $u' = 3$. La dérivée vaut

$$(\cos(3x + 1))' = -3\sin(3x + 1).$$

Le sinus conserve toute l'expression $3x + 1$ à l'intérieur.

Exercice 4 — □□

Calculer la dérivée de $\cos(x^2)$.

Voir le corrigé

On pose $u = x^2$, donc $u' = 2x$. On obtient

$$(\cos(x^2))' = -2x\sin(x^2).$$

C'est un bon test pour *comment dériver cos u* sans perdre le facteur intérieur.

Exercice 5 — □□

Calculer la dérivée de $\cos(\frac{1}{x})$ pour $x \neq 0$.

**Voir le corrigé**

On pose $u = \frac{1}{x}$. Alors $u' = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$. Donc $\left(\cos\left(\frac{1}{x}\right)\right)' = -\left(-\frac{1}{x^2}\right)\sin\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$. Les deux signes moins se compensent.

Exercice 6 —

Dire si l'affirmation suivante est vraie :

$$(\cos(2x))' = -\sin(2x).$$

Voir le corrigé

L'affirmation est fausse. On doit dériver l'intérieur $2x$, ce qui donne un facteur 2 . La bonne réponse est

$$(\cos(2x))' = -2\sin(2x).$$

C'est le contre-exemple typique à connaître.

Exercice 7 —

Calculer la dérivée de $5\cos(2x)$.

Voir le corrigé

Le coefficient 5 reste devant. Puis on dérive $\cos(2x)$:

$$(5\cos(2x))' = 5 \times (-2\sin(2x)) = -10\sin(2x).$$

Exercice 8 —

Compléter le **tableau des dérivées** usuelles :

	$\cos(x)$,	$\sin(x)$,
$\tan(x)$,	$\arctan(x)$.	

Voir le corrigé

Voici le mini-répertoire à mémoriser, utile pour relier **dérivée de sin**, **dérivée de tan** et **dérivée de arctan** :

Fonction	Dérivée
$\cos(x)$	$-\sin(x)$
$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\tan(x)$	$1 + \tan^2(x)$
$\arctan(x)$	$\frac{1}{1+x^2}$

Ce tableau aide à replacer \cos dans l'ensemble des dérivées usuelles et à mieux réviser les fonctions trigonométriques.

Exemples corrigés de dérivées avec cosinus

Pour dériver un cosinus, on applique la règle simple : $(\cos(u))' = -\sin(u) \times u'$. Ainsi, $(\cos(2x))' = -2\sin(2x)$, $(\cos(3x+1))' = -3\sin(3x+1)$, $(\cos(x^2))' = -2x\sin(x^2)$ et $(\cos(x^2))' = -2x\sin(x^2)$. Le **réflexe juste** consiste à repérer l'intérieur puis à multiplier par sa dérivée.

Exemple 1 : $f(x) = \cos(2x)$. On prend la forme $\cos(u)$ avec $u = 2x$, donc $u' = 2$. Par conséquent, $f'(x) = -\sin(2x) \times 2 = -2\sin(2x)$. Vérification mentale : le signe est **négatif**, et le 2 ne disparaît pas. Exemple 2 : $g(x) = \cos(3x+1)$. Ici, $u = 3x+1$, donc $u' = 3$. Alors $g'(x) = -\sin(3x+1) \times 3 = -3\sin(3x+1)$. Test rapide : la constante 1 reste dedans, mais sa dérivée vaut 0.

Exemple 3 : $h(x) = 5\cos(x)$. Le 5 est un **coefficient** extérieur, conservé tel quel : $h'(x) = 5 \times (-\sin(x)) = -5\sin(x)$. Vérification mentale : pas de dérivée compliquée à l'intérieur, car $x' = 1$. Exemple 4 : $k(x) = \cos(x^2)$. Cette fois, $u = x^2$, donc $u' = 2x$. On obtient $k'(x) = -\sin(x^2) \times 2x = -2x\sin(x^2)$. Bon contrôle final : dès que l'intérieur n'est pas juste x , la dérivée contient un facteur supplémentaire, ici *exactement* $2x$.

Exercices, pièges fréquents et méthodes pour retenir la formule

Le **piège principal** est simple et très fréquent : la dérivée de $\cos(x)$ n'est pas $\sin(x)$, mais $-\sin(x)$. Pour réussir les **exercices dérivée cosinus**, il faut vérifier le signe, repérer si l'argument est seulement x ou une expression plus complexe, puis distinguer les cas voisins comme $\cos(2x)$, $\cos(u)$ et les autres fonctions trigonométriques.

Rappel ultra-court :

$$(\cos(x))' = -\sin(x).$$

Si la fonction est composée, on applique la règle de chaîne :

$$(\cos(u))' = -u'\sin(u).$$

Les confusions les plus courantes portent sur le **signe moins**, sur l'oubli de dériver l'intérieur, et sur le mélange entre dérivée, primitive et fonctions proches.

Les **pièges dérivée** reviennent presque toujours aux mêmes endroits. Le premier est l'oubli du signe négatif : écrire $(\cos(x))' = \sin(x)$ est faux. Le deuxième est plus discret : pour $\cos(2x)$, beaucoup écrivent $-\sin(2x)$ alors que la bonne réponse est $-2\sin(2x)$, car il faut dériver l'intérieur. Le troisième mélange la dérivée et la primitive : si $(\cos(x))' = -\sin(x)$, alors une primitive de $\cos(x)$ est $\sin(x)$, ce n'est pas la même opération. Enfin, certains confondent avec les fonctions hyperboliques **sh** et **ch**, qui obéissent à d'autres règles : $(\operatorname{ch}(x))' = \operatorname{sh}(x)$ et $(\operatorname{sh}(x))' = \operatorname{ch}(x)$. Pour réviser vite, une bonne **fiche de révision**, un **quiz** ciblé ou un **tableau des dérivées pdf** restent très efficaces ; on retrouve d'ailleurs souvent ces formats, ainsi que des applications et exercices en ligne, dans les ressources scolaires concurrentes.

À retenir

Mémo rapide : $\sin \rightarrow \cos$ et $\cos \rightarrow -\sin$. Dès qu'il y a une expression à l'intérieur, on multiplie par sa dérivée : $(\cos(u))' = -u'\sin(u)$.

Exercice 1 — □

Calculer $(\cos(x))'$.

Voir le corrigé

On applique directement la formule de base :

$$(\cos(x))' = -\sin(x).$$

Le point à surveiller est le **signe moins**.

Exercice 2 — □Calculer $(\cos(2x))'$.**Voir le corrigé**On pose $u = 2x$. Alors

$$(\cos(u))' = -u'\sin(u).$$

Comme $u' = 2$, on obtient

$$(\cos(2x))' = -2\sin(2x).$$

Exercice 3 — □Calculer $(3\cos(x))'$.**Voir le corrigé**

Le coefficient se conserve :

$$(3\cos(x))' = 3(\cos(x))' = 3(-\sin(x)) = -3\sin(x).$$

Exercice 4 — □□Calculer $(\cos(x^2))'$.**Voir le corrigé**On utilise la composition avec $u = x^2$. Alors $u' = 2x$, donc

$$(\cos(x^2))' = -2x\sin(x^2).$$

Exercice 5 — □□□

Calculer $(5x + \cos(3x))'$.

Voir le corrigé

On dérive terme à terme :

$$(5x)' = 5, \quad (\cos(3x))' = -3\sin(3x).$$

Donc

$$(5x + \cos(3x))' = 5 - 3\sin(3x).$$

Pour progresser, l'idéal est d'enchaîner de courts **exercices dérivée cosinus** en variant les formes : cas direct, coefficient, composition, somme. Une bonne stratégie consiste à relire une **fiche de révision**, puis à tester ses réflexes avec un **quiz** ou des **dérivées des fonctions trigonométriques pdf**. Si vous hésitez, posez toujours deux questions : y a-t-il un signe moins ? y a-t-il un intérieur à dériver ? Avec ce double contrôle, la plupart des erreurs disparaissent vite.

Quelle est la dérivée de $2x$?

La dérivée de $2x$ est 2. J'applique la règle de base : la dérivée de ax est a , avec a une constante. Comme 2 multiplie x , la pente de la fonction reste constante en tout point. Donc $f(x) = 2x$ donne $f'(x) = 2$.

Comment calculer la dérivée d'une fonction ?

Pour calculer la dérivée d'une fonction, j'identifie d'abord sa forme : puissance, produit, quotient, composition ou fonction trigonométrique. Ensuite, j'applique la règle adaptée, comme $(x^n)' = nx^{n-1}$. La dérivée mesure le taux de variation instantané de la fonction. Il faut aussi simplifier le résultat final si possible.

Comment dériver Arctan ?

La dérivée de $\arctan(x)$ est $1 / (1 + x^2)$. Si la fonction est composée, par exemple $\arctan(u(x))$, j'utilise la règle de la chaîne : la dérivée devient $u'(x) / (1 + u(x)^2)$. C'est une formule classique à connaître pour les fonctions trigonométriques réciproques.



Quelle est la dérivée de TANX ?

La dérivée de $\tan(x)$ est $1 / \cos^2(x)$, ce qui s'écrit aussi $\sec^2(x)$. J'utilise cette formule directement quand l'argument est x . Si j'ai $\tan(u(x))$, j'ajoute la dérivée de l'intérieur : la dérivée devient $u'(x) / \cos^2(u(x))$.

Comment calculer la dérivée d'une fonction trigonométrique ?

Pour dériver une fonction trigonométrique, j'utilise les formules de base : $(\sin x)' = \cos x$, $(\cos x)' = -\sin x$, $(\tan x)' = 1 / \cos^2 x$. Si l'angle est une fonction, comme $\sin(u(x))$, j'applique en plus la règle de la chaîne en multipliant par $u'(x)$.

Quelle est la formule de la dérivée ?

La formule générale de la dérivée est $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} [f(x+h) - f(x)] / h$. Elle définit la pente instantanée de la courbe en un point. En pratique, j'utilise surtout les règles de dérivation usuelles, plus rapides, pour les polynômes, produits, quotients et fonctions trigonométriques.

Quelle est la dérivée de x^3 ?

La dérivée de x^3 est $3x^2$. J'applique la règle des puissances : la dérivée de x^n est $n \cdot x^{(n-1)}$. Ici, n vaut 3, donc on obtient $3x^2$. Cette règle est fondamentale pour dériver rapidement les polynômes.

Comment dérive une fonction sinus ?

Pour dériver une fonction sinus, j'utilise la règle simple : la dérivée de $\sin(x)$ est $\cos(x)$. Si la fonction est composée, par exemple $\sin(u(x))$, alors j'applique la règle de la chaîne : la dérivée devient $\cos(u(x)) \times u'(x)$. C'est une méthode essentielle en dérivation trigonométrique.

Retenez l'essentiel : la dérivée de $\cos(x)$ est $-\sin(x)$, et le signe moins ne doit jamais être oublié. Dès que l'on dérive $\cos(u)$, on obtient $-\sin(u) \times u'$. Pour progresser, le plus efficace est de refaire quelques exemples variés, puis de vérifier systématiquement le signe et la présence éventuelle d'une fonction composée.

Mis à jour le 05 mai 2026

[Continue sur maths-college.fr](https://maths-college.fr)

Maths collège - Document pédagogique