Maths collège

Dériver une fonction : méthode simple et exemples clairs

Apprenez à dériver une fonction simplement : définition, règles, méthode pas à pas et exemples concrets pour bien débuter.

Cours de mathématiques niveau

Dériver une fonction consiste à calculer sa dérivée, c'est-à-dire le taux de variation instantané de la fonction en un point. La dérivée indique aussi la pente de la tangente à la courbe et aide à étudier les variations d'une fonction.

Pourquoi une courbe monte-t-elle vite à un endroit et presque plus à un autre ? C'est exactement la question à laquelle répond la dérivation. Quand j'explique cette notion à un élève débutant, je pars souvent d'images très simples : la vitesse d'un vélo, la pente d'une route ou l'évolution d'un prix. Derrière ces situations, on cherche toujours à mesurer une variation instantanée. Dériver une fonction peut sembler technique au début, mais avec les bonnes règles, des repères visuels et quelques exemples bien choisis, cela devient beaucoup plus accessible et logique.

En bref : les réponses rapides

Comment savoir si une fonction n'est pas dérivable en un point ? — Une fonction peut ne pas être dérivable si sa courbe a un angle, une cassure, une tangente verticale ou si la fonction n'est pas définie au point étudié.

À quoi sert la dérivée dans un exercice de variations ? — Le signe de la dérivée permet de savoir si la fonction augmente, diminue ou atteint un extremum sur un intervalle.

Faut-il connaître toutes les formules de dérivation par cœur ? — Il faut surtout reconnaître la forme de la fonction et maîtriser les règles de base ; les formules deviennent ensuite plus faciles à mémoriser par usage.

Quelle différence entre vitesse moyenne et dérivée ? — La vitesse moyenne compare deux instants, alors que la dérivée donne une vitesse instantanée en un point précis.

Comprendre la dérivée d’une fonction sans jargon

La **dérivée** d’une fonction mesure la **variation instantanée** d’une grandeur. Géométriquement, elle correspond à la **pente** de la **tangente** à la courbe en un point. En pratique, elle aide à savoir si une valeur monte, descend, ou change très vite à un instant précis. C’est la base de la *dérivée définition* que l’on utilise ensuite en calcul.

Pour saisir l’idée, imagine un vélo. La distance totale parcourue donne une évolution globale, mais la dérivée dit *à quelle vitesse tu roules exactement maintenant*. Même logique pour une route : sa pente moyenne sur 10 km n’indique pas la pente au panneau juste devant toi. Avec un prix, c’est pareil : un produit peut augmenter sur un mois, mais la dérivée regarde le rythme de hausse à un jour donné. Cette notion de **variation instantanée** rend la **dérivée définition** très concrète. Quand on note $f'(x)$, on lit “la dérivée de f au point x”. Si $f'(x)>0$, la fonction a tendance à monter ; si $f'(x)<0$, elle descend ; si $f'(x)=0$, il peut y avoir un palier, un sommet ou un creux. Ce n’est donc pas seulement un calcul : c’est un outil pour interpréter une évolution avec précision.

Sur un graphique, la dérivée se voit grâce à la **tangente**. Cette droite “effleure” la courbe au point étudié. Sa **pente** traduit la rapidité du changement. Une tangente très inclinée vers le haut correspond à une dérivée positive et grande ; inclinée vers le bas, à une dérivée négative ; presque horizontale, à une dérivée proche de 0. La **fonction dérivée**, notée f', rassemble toutes ces pentes : à chaque valeur de x, elle associe la pente de la tangente de f. On passe ainsi d’une lecture locale, point par point, à une nouvelle fonction entière. Voilà pourquoi la dérivée sert autant en physique, en économie ou en SVT : elle mesure un rythme d’évolution, pas seulement une quantité.

Attention toutefois : **continuité** et **dérivabilité** ne sont pas synonymes. Une fonction peut être continue, donc se tracer sans lever le crayon, sans être dérivable partout. C’est le cas lorsqu’il y a une pointe, un angle ou une cassure : la courbe existe bien, mais la tangente n’est pas définie de façon unique à cet endroit. Autrement dit, la **continuité** est souvent nécessaire, mais elle ne suffit pas pour garantir la **dérivabilité**. Cette nuance évite beaucoup d’erreurs dès le lycée.

> **À retenir**
> La **dérivée** est une valeur en un point, la **fonction dérivée** est la fonction f' qui regroupe toutes ces valeurs, et une **primitive** fait le chemin inverse : sa dérivée redonne la fonction de départ. Dérivée et primitive sont donc liées, mais ce ne sont ni la même idée ni le même usage.

Dérivée, tangente et continuité : ce qu’il faut distinguer

Une fonction peut être **continue** sans être **dérivable** en un point : sa courbe ne se “casse” pas, mais la **tangente** peut ne pas exister si la pente change brutalement. Exemple classique : $f(x) = |x|$. La courbe est continue en 0, pourtant elle forme un angle ; à gauche, la pente vaut -1, à droite, elle vaut 1, donc il n’y a pas de dérivée en 0.

La continuité signifie seulement qu’on peut tracer la courbe sans lever le crayon. En revanche, la dérivabilité demande un comportement plus fin : autour du point étudié, la courbe doit admettre une direction unique, ce qui permet de définir la tangente. Ainsi, une fonction peut être continue mais non dérivable, notamment en présence d’un *coin*, d’une pointe ou d’une tangente verticale. Autre confusion fréquente : la **primitive** ne sert pas à mesurer une pente ; c’est une fonction F telle que $F'(x) = f(x)$, donc l’opération inverse de la dérivation, et non la même notion.

COMMENT calculer une fonction dérivée f'(x) — Hedacademy

Comment dériver une fonction : la méthode pas à pas avec tableau décisionnel

Pour **comment dériver une fonction**, le réflexe utile est simple : reconnaître sa forme, choisir la bonne règle, dériver chaque morceau, puis simplifier. Une constante, une puissance, un **produit**, un **quotient** ou une **fonction composée** ne se traitent pas pareil. La vitesse compte peu ; la lecture correcte de l’expression, elle, change tout.

La méthode pas à pas tient en **4 étapes**. D’abord, on repère la structure : $ax + b$, x^n, $\frac{u(x)}{v(x)}$, $u(x) \times v(x)$, $e^{u(x)}$, ou encore une expression emboîtée comme $(3x+1)^5$. Ensuite, on choisit parmi les **règles de dérivation** adaptées. Puis on dérive chaque morceau sans sauter d’étape. Enfin, on simplifie et on vérifie le **domaine de dérivabilité**, car une formule peut être correcte tout en oubliant qu’elle n’a pas de sens pour certaines valeurs, par exemple quand un dénominateur s’annule. C’est aussi là qu’on évite les confusions classiques : la **dérivée de** x vaut 1, la **dérivée de** $2x$ vaut 2, et une constante dérive en 0.

Si la fonction ressemble à…	Règle à choisir	Exemple	Dérivée
$ax + b$		$f(x) = 2x - 5$	$f'(x) = 2$

Si la fonction ressemble à…	Règle à choisir	Exemple	Dérivée
	Dérivation terme à terme		
x^n	Puissance : $(x^n)'=nx^{n-1}$	$f(x)=x^4$	$f'(x)=4x^3$
$\frac{1}{x}$ ou $\frac{u}{v}$	Réécriture en puissance ou règle du quotient	$f(x)=\frac{1}{x}=x^{-1}$	$f'(x)=-x^{-2}=-\frac{1}{x^{2}}$, avec $x\neq 0$
$u(x)\times v(x)$	Produit : $(uv)'=u'v+uv'$	$f(x)=x^2(x+1)$	$f'(x)=2x(x+1)+x^2$
e^x ou $e^{u(x)}$	Règle de l'**exponentielle**, puis chaîne si besoin	$f(x)=e^{3x}$	$f'(x)=3e^{3x}$
Expression emboîtée	Chaîne : on dérive l'extérieur puis l'intérieur	$f(x)=(3x+1)^5$	$f'(x)=5(3x+1)^4\times 3$

Ce **tableau dérivée** sert de boussole. Si une fraction peut se réécrire simplement, comme $\frac{1}{x}=x^{-1}$, la voie la plus courte est souvent la meilleure ; en revanche, pour $\frac{x^2+1}{x-3}$, la règle du **quotient** devient naturelle. Pour **comment dériver une fonction exponentielle**, retenez que $(e^x)'=e^x$, mais que $(e^{u(x)})'=u'(x)e^{u(x)}$: l'intérieur ne disparaît jamais. Même logique pour une **fonction composée** comme $\sqrt{2x+5}$ ou $(x^2+1)^7$. Enfin, vérifiez le sens du résultat : si $f(x)=\frac{1}{x}$, alors le **domaine de dérivabilité** exclut 0 ; si $f(x)=\sqrt{x}$, on ne travaille pas sur les mêmes valeurs qu'avec un polynôme. Une bonne dérivation n'est pas seulement calculée ; elle est aussi lue, simplifiée et contrôlée.

Quelle règle choisir selon la forme de la fonction ?

Pour **choisir la bonne règle**, repère d'abord la *forme* de la fonction, pas sa difficulté apparente. Si c'est une somme, on dérive terme à terme ; si une expression est “emboîtée”, on pense à la composée. Le tableau ci-dessous sert de **guide de décision** : il aide à voir vite quelle règle appliquer et quel piège éviter.

Forme repérée	Exemple	Règle à utiliser	Piège fréquent
Variable seule	x	$(x)'=1$	Écrire 0

Forme repérée	Exemple	Règle à utiliser	Piège fréquent
Coefficient $\times$ variable	$2x$	$(ax)'=a$, donc $(2x)'=2$	Garder le x
Puissance	x^n	$(x^n)'=nx^{n-1}$	Oublier le $n-1$
Inverse	$\frac{1}{x}$	$\left(\frac{1}{x}\right)'=-\frac{1}{x^{2}}$	Écrire $\frac{1}{x'}$
Fraction simple	$\frac{x+1}{x}$	Réécrire : $1+\frac{1}{x}$, puis dériver	Dériver numérateur et dénominateur séparément
Exponentielle	e^x	$(e^x)'=e^x$	Mettre xe^{x-1}
Composée élémentaire	$(2x+3)^4$	Chaîne : $4(2x+3)^3\times 2$	Oublier de dériver l’intérieur

Exercices contextualisés : dériver pour résoudre de vrais problèmes

La dérivée sert à répondre à des questions concrètes : savoir si une quantité augmente plus vite, repérer un **maximum** ou un **minimum**, estimer une pente ou optimiser une situation. En travaillant sur des problèmes contextualisés, on comprend mieux ce que mesure vraiment $f'(x)$, entre **variations**, **tangente** et **lecture de courbe**.

La dérivée $f'(x)$ donne le **taux de variation instantané** de f. Si $f'(x)>0$, la fonction croît ; si $f'(x)<0$, elle décroît ; si $f'(x)=0$, on cherche souvent un extremum. Géométriquement, $f'(x)$ est le coefficient directeur de la **tangente** à la **courbe**.

Exercice 1 — □

En sport, la distance parcourue par un coureur est $d(t)=t$ en kilomètres. Interpréter la **dérivée de x**.

Voir le corrigé

$d'(t)=1$. La vitesse instantanée vaut donc **1 km par unité de temps**. La courbe est une droite, sa tangente a toujours la même pente : le mouvement est uniforme.

Exercice 2 —

Un tapis roulant avance selon $p(t)=2t$. Calculer la **dérivée de 2x** et interpréter.

Voir le corrigé

$p'(t)=2$. La position augmente deux fois plus vite que dans l'exercice précédent. Le signe positif montre des **variations** croissantes constantes.

Exercice 3 —

En économie familiale, le coût par personne d'un achat groupé est $C(x)=\frac{1}{x}$ pour x participants. Étudier la **dérivée de 1/x**.

Voir le corrigé

$C'(x)=-\frac{1}{x^{2}}$. La dérivée est négative pour $x>0$: plus il y a de participants, plus le coût par personne baisse. La baisse devient toutefois moins forte quand x grandit.

Exercice 4 —

Une batterie se recharge selon $B(t)=\frac{3t+1}{t+1}$. **Comment calculer la dérivée d'une fraction ?**

Voir le corrigé

On utilise la formule du quotient : $$B'(t)=\frac{3(t+1)-(3t+1)\times 1}{(t+1)^{2}}=\frac{2}{(t+1)^{2}}.$$ La charge augmente, mais de moins en moins vite. C'est un bon **fonction dérivée exercice corrigé** sur les fractions.

Exercice 5 — □□

La température d'un compost suit $T(t) = e^t$. Que dit la dérivée de cette exponentielle ?

Voir le corrigé

$T'(t) = e^t$. La dérivée est égale à la fonction elle-même : plus la température monte, plus elle augmente vite. La pente de la tangente devient donc de plus en plus forte.

Exercice 6 — □□

En architecture, une rampe a pour profil $r(x) = x^2$. Quelle est sa pente au point $x = 2$?

Voir le corrigé

$r'(x) = 2x$, donc $r'(2) = 4$. La pente locale vaut **4**. Sur la **lecture de courbe**, cela correspond à une tangente assez inclinée au point d'abscisse 2.

Exercice 7 — □□□

Le niveau d'eau d'un bassin suit $h(t) = -t^2 + 4t$. Trouver le moment du **maximum**.

Voir le corrigé

$h'(t) = -2t + 4$. On résout $h'(t) = 0$, soit $t = 2$. Avant 2, la dérivée est positive ; après 2, elle devient négative. Le niveau atteint donc un maximum à $t = 2$.

Exercice 8 — □□□

Une sonde mesure une courbe expérimentale ; on estime la pente avec une **dérivation numérique**. Pourquoi est-ce utile ?

Voir le corrigé

Quand la formule exacte manque, on approche $f'(x)$ par un taux de variation entre deux points proches. Cela permet d'estimer une tangente, de lire des **variations** sur une courbe réelle et d'ouvrir vers la **dérivée seconde**, qui renseigne sur la courbure.

Erreurs fréquentes quand on dérive une fonction et comment les corriger

Les **erreurs dérivée** les plus courantes viennent d'une mauvaise lecture de la structure : oublier qu'une constante dérive en 0, traiter un quotient comme une somme, ou confondre une fonction avec une simple valeur. Pour corriger, il faut d'abord nommer l'erreur, puis refaire le calcul avec une vraie **vérification** de forme et de sens.

La faute la plus classique apparaît dès les premiers exercices : croire que la dérivée de $2x$ vaut $2x$. Non. Si $f(x)=2x$, alors $f'(x)=2$, car la dérivée mesure le coefficient directeur local, pas la fonction elle-même. Même piège avec les constantes : si $g(x)=7$, alors $g'(x)=0$. Un bon **contre-exemple** suffit souvent à débloquer la compréhension : entre $x=1$ et $x=2$, la fonction 7 ne change pas, donc sa pente est nulle. Cette idée rejoint la *dériver définition* : on regarde une variation. Si rien ne varie, la dérivée vaut 0. Beaucoup d'élèves qui demandent *Comment dériver un fonction ?* se trompent moins sur les formules que sur cette lecture du sens. En revanche, dès qu'on revient à la nature de l'expression, l'erreur devient visible et la correction, presque automatique.

Autre confusion lourde : oublier le domaine. Pour $f(x)=\frac{1}{x}$, on peut écrire $f'(x)=-\frac{1}{x^{2}}$, mais seulement pour $x\neq 0$. Dire que la dérivée existe "partout" est faux, puisque la fonction elle-même n'est pas définie en 0. Même vigilance pour les quotients : dériver $\left(\frac{u}{v}\right)'$ comme $\frac{u'}{v'}$ est une erreur de structure. Le bon calcul est $$\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^{2} \quad \text{avec} \quad v\neq 0.$$ Prenons $f(x)=\frac{x^2+1}{x}$. La mauvaise méthode donne $\frac{2x}{1}=2x$; la bonne donne $\frac{2x\times x-(x^{2}+1)\times 1}{x^{2}=\frac{x^{2}-1}{x^{2}}$. L'écart est énorme. C'est typiquement le genre d'erreur qu'un **calculateur de dérivée** comme **Symbolab** ou **dCode** peut repérer, mais pas expliquer à votre place si la structure n'a pas été reconnue.

Il faut aussi distinguer dérivée et pente moyenne. Entre $x=1$ et $x=3$, la pente moyenne de $f(x)=x^2$ vaut $\frac{9-1}{3-1}=4$. Pourtant, la dérivée est $f'(x)=2x$, donc elle vaut 2 en $x=1$ et 6 en $x=3$. Ce n'est pas la même information. Même glissement avec une **fonction non dérivable** : si $f(x)=|x|$, la courbe a un angle en 0, donc f n'est pas dérivable en 0, même si elle est continue. La pente à gauche vaut -1, à droite 1 ; elles ne coïncident pas. Dernière **vérification** utile avant de conclure : ai-je reconnu la forme, gardé les parenthèses, respecté le domaine, obtenu un résultat cohérent ? Pour *dériver une fonction en ligne*, servez-vous des outils pour contrôler un calcul, pas pour remplacer la compréhension.

comment dériver une fonction

Pour dériver une fonction, j'applique les règles de dérivation selon sa forme : somme, produit, quotient ou composition. Je pars de la fonction f(x) et je cherche son taux de variation instantané, noté f'(x). Par exemple, pour x^2, la dérivée est 2x. Il faut aussi connaître les dérivées usuelles comme celles de x, x^2, e^x, ln(x), sin(x) ou cos(x).

Quelle est la dérivée de 2x ?

La dérivée de 2x est 2. En effet, la dérivée d'une fonction de la forme ax, avec a constant, est simplement a. Cela signifie que la pente de la droite 2x reste constante en tout point. C'est un exemple très simple de dérivation, souvent utilisé pour comprendre la notion de variation constante.

Comment dériver un fonction ?

Pour dériver une fonction, je commence par identifier sa nature : polynôme, quotient, exponentielle, logarithme ou fonction composée. Ensuite, j'utilise la formule adaptée. Par exemple, pour x^n, la dérivée est n·x^(n-1). Si la fonction est plus complexe, j'applique la règle du produit, du quotient ou la dérivation en chaîne. La méthode dépend donc toujours de l'expression de départ.

dérivé définition

La dérivée d'une fonction mesure la variation instantanée de cette fonction en un point. Autrement dit, elle indique la pente de la tangente à la courbe. Si f est une fonction, sa dérivée se note f'(x). En mathématiques, elle sert à étudier les variations, les extremums et le comportement local d'une courbe.

comment dériver une fonction exponentielle

Pour dériver une fonction exponentielle, j'utilise la règle de base : la dérivée de e^x est e^x. Si la fonction est de la forme e^{u(x)}, alors sa dérivée est u'(x)·e^{u(x)}. Par exemple, la dérivée de e^(3x) est 3e^(3x). Il faut donc bien repérer si l'exposant est simplement x ou une expression plus complexe.

dériver définition

Dériver une fonction signifie calculer sa dérivée, c'est-à-dire déterminer comment elle varie instantanément selon x. En pratique, cela revient à trouver une nouvelle fonction qui donne la pente de la courbe en chaque point. La dérivation est un outil central en analyse pour étudier la croissance, les maxima, les minima et les tangentes.

Comment calculer la dérivée d'une fraction ?

Pour calculer la dérivée d'une fraction u(x)/v(x), j'utilise la règle du quotient : $(u'v - uv')/v^2$, avec v(x) non nul. Il faut donc dériver séparément le numérateur et le dénominateur, puis appliquer la formule avec attention. Cette méthode est essentielle dès qu'une fonction rationnelle apparaît, par exemple $(x^2+1)/(x-3)$.

Qui dérive synonyme ?

Le mot « dérive » peut avoir plusieurs synonymes selon le contexte. En langage courant, on peut parler de déviation, glissement, évolution ou déplacement progressif. En mathématiques, « dériver » signifie plutôt calculer la dérivée d'une fonction. Il ne s'agit donc pas d'un synonyme direct, mais d'un sens technique précis lié à l'analyse mathématique.

Dériver une fonction, ce n'est pas seulement appliquer une formule : c'est comprendre comment une grandeur évolue à un instant précis. En retenant le sens de la dérivée, les règles de base et la bonne méthode selon la forme de la fonction, on progresse beaucoup plus vite. Pour bien mémoriser, le plus efficace reste de refaire plusieurs exemples variés et de vérifier systématiquement si le résultat obtenu est cohérent avec la courbe ou la situation étudiée.

Mis à jour le 05 mai 2026