Maths collège

Équation cartésienne : définition simple et exemples guidés

Comprenez l'équation cartésienne d'une droite ou d'un cercle avec une définition simple, des exemples guidés et une méthode claire.

Cours de mathématiques niveau

Une équation cartésienne est une égalité vérifiée par les coordonnées des points d'une figure géométrique. Dans le plan, elle sert surtout à décrire une droite, un cercle ou une courbe en utilisant x et y, et un point appartient à la figure seulement si ses coordonnées vérifient cette équation.

Tu vois un point A(2 ; 3) sur un repère, mais comment savoir s'il est vraiment sur une droite ou sur un cercle ? C'est justement le rôle d'une équation cartésienne. Pour beaucoup d'élèves, ce mot paraît compliqué alors que l'idée est très concrète : on remplace x et y par les coordonnées du point, puis on vérifie si l'égalité est vraie. Si oui, le point appartient à la figure. Avec cette méthode, on passe peu à peu du dessin aux calculs, sans perdre le sens géométrique. C'est une base très utile avant le lycée.

En bref : les réponses rapides

Comment vérifier qu'un point appartient à une droite d'équation cartésienne ? — Il suffit de remplacer x et y par les coordonnées du point dans l'équation. Si l'égalité est vraie, le point appartient à la droite.

Quelle différence entre équation cartésienne et équation réduite ? — L'équation cartésienne d'une droite s'écrit souvent $ax + by + c = 0$, alors que l'équation réduite s'écrit $y = mx + p$. L'équation réduite n'existe pas pour une droite verticale.

Peut-on avoir plusieurs équations cartésiennes pour une même droite ? — Oui. Si on multiplie toute l'équation par un même nombre non nul, on obtient une autre écriture qui représente exactement la même droite.

À quoi sert le vecteur normal dans une équation cartésienne ? — Pour une droite d'équation $ax + by + c = 0$, le couple (a, b) donne un vecteur normal. Il permet d'écrire rapidement l'équation quand on connaît un point de la droite.

Qu'est-ce qu'une équation cartésienne ? Définition simple et idée géométrique

Une **équation cartésienne** est une relation algébrique vérifiée par les **coordonnées** des points d'une figure. Dans un **plan** muni d'un **repère**, un point $M(x,y)$ appartient à une droite, à un cercle ou à une courbe si ses coordonnées satisfont l'équation donnée. Autrement dit, les points qui “marchent” pour l'équation dessinent la figure.

La **définition** devient très concrète dès qu'on place des points dans un repère. Dans un **plan affine**, on repère chaque point par des **coordonnées cartésiennes**, souvent notées x et y. Une figure géométrique peut alors être décrite non plus seulement par un dessin, mais par une phrase mathématique du type $ax+by+c=0$ ou $x^2+y^2=9$. Si un point $M(2,1)$ vérifie l'égalité, il appartient à la figure ; sinon, il reste à l'extérieur. C'est pour cela qu'on parle de représentation *cartésienne* : elle repose sur les coordonnées dans un repère, héritage de la **géométrie analytique**, où l'algèbre sert à lire et à décrire la géométrie avec précision.

Les exemples les plus simples aident à fixer l'idée. Une droite peut avoir pour équation cartésienne $2x-y+3=0$: tous les points dont les coordonnées vérifient cette relation sont sur la droite. Un cercle centré à l'origine et de rayon 3 s'écrit $x^2+y^2=9$. Une **courbe** plus générale peut être donnée par $y=x^2$, qui décrit une parabole. On voit alors la différence entre plusieurs écritures. L'**équation cartésienne** d'une droite s'écrit souvent sous la forme $ax+by+c=0$, tandis que l'équation réduite s'écrit $y=mx+p$ quand c'est possible, donc pas pour une droite verticale comme $x=4$. En revanche, une représentation paramétrique décrit les points autrement, par exemple avec un paramètre t : $x=1+2t$ et $y=3-t$. Ce n'est pas la même forme, même si elle peut représenter la même droite.

Cette manière d'écrire les figures ne sert pas qu'au collège. Dans l'**espace**, on ajoute une troisième coordonnée z. On peut alors décrire un plan par une équation comme $ax+by+cz+d=0$, mais aussi certaines courbes et certaines **surfaces**, par exemple une sphère avec $x^2+y^2+z^2=R^2$. Le vocabulaire devient un peu plus riche, néanmoins l'idée ne change pas : une figure est l'ensemble des points dont les coordonnées vérifient une relation. C'est le cœur de la **géométrie analytique**, qu'on travaille d'abord dans le plan, puis dans l'espace. Pour un élève de collège, retenir cela suffit largement : une équation cartésienne relie calcul et dessin, et permet de passer d'une figure vue sur le graphique à une écriture mathématique claire.

Équation cartésienne d’une droite : forme ax + by + c = 0 et méthode pas à pas

L’**équation cartésienne droite** s’écrit en général $ax+by+c=0$, avec a et b *non nuls en même temps*. Pour la déterminer, on part soit d’un point et d’un **vecteur normal**, soit de **deux points**, puis on vérifie que les coordonnées de la droite satisfont bien l’équation trouvée.

Une **droite** du plan admet souvent une écriture de la forme $ax+by+c=0$. Les nombres a, b et c sont des coefficients réels, et la seule contrainte est que a et b ne soient pas tous deux nuls. Cette forme est très pratique, car elle décrit aussi bien une droite “penchée” qu’une droite verticale, contrairement à l’**équation réduite** $y=mx+p$, qui ne convient pas aux droites verticales. Il faut aussi savoir qu’une même droite possède plusieurs écritures équivalentes : si l’on multiplie toute l’équation par un même nombre non nul, on obtient encore la même droite. Ainsi, $2x-y+3=0$ et $4x-2y+6=0$ décrivent exactement le même ensemble de points. En revanche, changer un seul coefficient sans respecter cette proportion modifie la droite.

Le lien avec les vecteurs éclaire la méthode. Si une droite a pour équation $ax+by+c=0$, alors (a,b) est un **vecteur normal** à cette droite. Intuitivement, un vecteur normal “pointe de côté” : il est perpendiculaire à la droite. À l’inverse, un **vecteur directeur** suit la direction de la droite. Pour passer de l’un à l’autre, on utilise une rotation simple : si un vecteur directeur vaut (u,v), on peut choisir comme vecteur normal $(v,-u)$ ou $(-v,u)$. Cette distinction évite une erreur fréquente : beaucoup d’élèves placent directement le vecteur directeur dans l’équation, alors que ce sont les coordonnées du vecteur normal qui fournissent les coefficients de x et de y. Par conséquent, pour la **droite AB**, on commence souvent par calculer un vecteur directeur, puis on en déduit un vecteur normal.

Voici la méthode pour **déterminer une équation cartésienne** à partir de **deux points** $A(x_A,y_A)$ et $B(x_B,y_B)$. On calcule d’abord un vecteur directeur de la **droite AB** : $\vec{AB}=(x_B-x_A,\,y_B-y_A)$. On choisit ensuite un vecteur normal, par exemple $(y_B-y_A,\,-(x_B-x_A))$. Si $A(1,2)$ et $B(5,4)$, alors $\vec{AB}=(4,2)$, donc un vecteur normal est $(2,-4)$, que l’on peut simplifier en $(1,-2)$. L’équation cherchée a donc la forme $x-2y+c=0$. On remplace par les coordonnées de A : $1-2\times 2+c=0$, donc $c=3$. Une équation cartésienne est donc

$$x-2y+3=0.$$

Vérification avec $B(5,4)$: $5-2\times4+3=0$. C’est correct. Contre-exemple classique : écrire $4x+2y+c=0$ parce que $(4,2)$ est le vecteur directeur ; c’est faux, car ce vecteur n’est pas normal à la droite.

Le passage depuis une **équation réduite** est plus rapide. Si une droite est donnée par $y=mx+p$, il suffit de tout ramener du même côté pour obtenir une forme cartésienne : $mx-y+p=0$ ou, de façon équivalente, $-mx+y-p=0$. Par exemple, $y=3x-5$ devient $3x-y-5=0$. Cette conversion est utile, néanmoins l’écriture $ax+by+c=0$ reste plus générale. Elle prépare déjà au lycée, où le **vecteur normal**, les systèmes et même l’espace prennent plus de place. Retenir l’idée centrale suffit : une droite se reconnaît par une relation linéaire entre x et y, et une bonne vérification consiste toujours à tester les points connus dans l’équation obtenue.

Equation cartésienne d'une droite - Cours et application — Hedacademy

Comment déterminer une équation cartésienne à partir de 2 points ?

Avec deux points $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$, on obtient une droite en suivant une méthode courte : calculer un **vecteur directeur** $\vec{AB}(x_B-x_A;y_B-y_A)$, choisir alors un **vecteur normal** $(a;b)$ perpendiculaire, écrire $ax+by+c=0$, puis remplacer les coordonnées d’un point pour trouver c. Enfin, on vérifie avec le second point : si l’égalité vaut aussi, l’équation est correcte.

Plus concrètement, si $\vec{AB}(u;v)$, un vecteur normal possible est $(v;-u)$, car il est perpendiculaire à la droite. On écrit donc une équation de la forme $vx-uy+c=0$. Ensuite, on remplace par les coordonnées de A : $vx_A-uy_A+c=0$, d’où $c=-vx_A+uy_A$. L’équation cartésienne est alors déterminée. Prenons $A(1;2)$ et $B(3;5)$. On a $\vec{AB}(2;3)$, donc un normal est $(3;-2)$. On écrit $3x-2y+c=0$. Avec A, cela donne $3\times1-2\times2+c=0$, donc $c=1$. Ainsi, une équation est $3x-2y+1=0$. Vérification avec B : $3\times3-2\times5+1=0$. *Le calcul tombe juste*.

Comment trouver, réduire et transformer une équation cartésienne

Pour **trouver l’équation cartésienne**, on part des informations connues sur la figure, puis on écrit une relation entre x et y. Pour **réduire** cette relation, on développe, on supprime les parenthèses, on regroupe les termes semblables et on met tout du même côté afin d’obtenir une écriture simple, souvent la **forme générale** $ax+by+c=0$.

En pratique, la question *comment trouver l'équation cartésienne* dépend de ce que l'on connaît déjà. Si une droite passe par un point et a une pente connue, on peut écrire directement une relation, puis la transformer. Exemple : une droite de coefficient directeur 2 passant par $(1;3)$ vérifie $y-3=2(x-1)$. En développant, on obtient $y-3=2x-2$, puis $y=2x+1$. Si l'on veut une **équation cartésienne**, on passe tout du même côté : $2x-y+1=0$. Même droite, deux écritures. C'est une idée clé : il n'existe pas une seule écriture correcte, mais plusieurs formes équivalentes. Par conséquent, $4x-2y+2=0$ décrit aussi cette droite, car c'est la même relation multipliée par 2.

Pour **comment réduire une équation cartésienne**, la méthode reste stable : développer, **simplifier**, regrouper les x, les y et les constantes, puis normaliser si besoin. Exemple : $3(x-2)-2(y+1)=5$ devient $3x-6-2y-2=5$, puis $3x-2y-8=5$, enfin $3x-2y-13=0$. L'erreur fréquente est de s'arrêter trop tôt, ou d'oublier de changer un signe quand on déplace un terme. Une autre faute classique consiste à croire que $3x-2y=13$ n'est pas déjà une **forme générale** : pourtant, c'est bien $3x-2y-13=0$ sous une forme très proche. Néanmoins, pour éviter les confusions, mieux vaut écrire clairement tous les termes d'un même côté.

Passer d'une équation cartésienne à une **équation réduite** revient à isoler y, quand c'est possible. Avec $2x-y+1=0$, on obtient $-y=-2x-1$, donc $y=2x+1$. En revanche, si l'équation est $x-4=0$, alors $x=4$: c'est une **droite verticale**, et on ne peut pas l'écrire sous la forme $y=mx+p$. Voilà pourquoi toutes les droites n'ont pas d'**équation réduite**, alors qu'elles ont bien une équation cartésienne. Au collège, on rencontre surtout trois écritures : l'équation cartésienne, l'équation réduite et, plus tard, l'**équation paramétrique**, utile surtout au lycée et dans l'espace. En revanche, pour une droite du plan, la forme la plus pratique reste souvent $ax+by+c=0$, car elle fonctionne aussi quand la droite est verticale.

Équation cartésienne d'un cercle, d'une courbe et ouverture vers le plan dans l'espace

L'**équation cartésienne d'un cercle** de centre $A(a,b)$ et de rayon r s'écrit

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2.$$

Tous les points (x,y) qui vérifient cette relation appartiennent au cercle. Plus largement, une **équation cartésienne d'une courbe** relie x et y ; dans l'**espace**, une équation peut aussi décrire un **plan** avec x, y et z.

Pour comprendre une **équation cartésienne cercle**, il suffit de repartir de la distance. Un point $M(x,y)$ est sur le cercle de centre $A(a,b)$ et de rayon r si la distance AM vaut r. En écrivant la formule de distance, on obtient

$$AM^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2.$$

Exemple simple : un cercle de centre $A(2,-1)$ et de rayon 3 a pour équation

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9.$$

Le point $(5,-1)$ appartient bien au cercle, car

$$(5-2)^2 + (-1+1)^2 = 3^2 + 0 = 9.$$

En revanche, le point $(2,2)$ n'y appartient pas, car

$$(2-2)^2 + (2+1)^2 = 9,$$

donc lui aussi y appartient : c'est le point situé trois unités au-dessus du centre. Cette lecture concrète aide beaucoup en repère.

Schéma : Repère orthonormé avec un cercle de centre A(2,-1) et de rayon 3, montrant les points (5,-1) et (2,2) sur le cercle

Une **courbe plane** n'est pas forcément une droite ni un cercle. C'est simplement l'ensemble des points qui vérifient une relation. Si l'on écrit $y=x^2$, tous les points solutions forment une parabole ; si l'on écrit $x^2+y^2=1$, on obtient un cercle de centre $(0,0)$ et de rayon 1. Voilà l'idée centrale d'une **équation cartésienne d'une courbe** : on ne “dessine” pas d'abord, on décrit les points par une égalité. Par conséquent, lire une équation revient à comprendre quelle forme géométrique elle fabrique. Certaines courbes sont données sous la forme $y=f(x)$, d'autres non. Le cercle, par exemple, n'est pas toujours pratique à écrire avec un seul y, car pour un même x il peut y avoir deux valeurs de y.

Dans l'**espace**, on ajoute la coordonnée z. Une **équation cartésienne plan** très classique est

$$ax + by + cz + d = 0.$$

Tous les points (x, y, z) qui vérifient cette relation appartiennent au plan. Une équation peut aussi décrire une **surface**, par exemple

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4$$

pour une sphère, ou une **courbe dans l'espace** si plusieurs conditions sont combinées. Le mot **normale** apparaît souvent : pour une droite dans le plan, un vecteur normal est perpendiculaire à la droite ; pour un plan, le vecteur (a, b, c) est normal au plan $ax + by + cz + d = 0$. Plus tard, au lycée puis après, on reliera cette idée au **gradient**, qui indique une direction perpendiculaire à certaines courbes ou surfaces. Pour un collégien, le plus utile reste simple : savoir reconnaître un cercle, tester si un point vérifie une équation, et comprendre qu'une équation cartésienne décrit un ensemble de points. Le plan dans l'espace, la *normale* et le *gradient* relèvent surtout de l'ouverture vers le lycée.

Exercices corrigés sur l'équation cartésienne : reconnaître, vérifier et rédiger sans erreur

Pour réussir un **équation cartésienne exercice**, il faut reconnaître la **figure**, choisir la bonne forme, remplacer les **coordonnées** connues puis contrôler le résultat. Une bonne **rédaction**, avec calculs alignés et vérification finale, évite presque toutes les erreurs de signe, de méthode ou de simplification.

Durée 1h, 20 points

Exercice 1 (4 points)

Dire si l'équation $2x - 3y + 5 = 0$ représente une **droite**, puis **vérifier un point** : $A(2; 3)$ appartient-il à cette figure ? La bonne méthode consiste à repérer une équation du type $ax + by + c = 0$, qui décrit une droite si a et b ne sont pas tous deux nuls. Ensuite, on remplace x et y par les coordonnées du point, sans sauter d'étape dans la rédaction.

Exercice 2 (5 points)

Déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par $A(1; 2)$ et $B(3; 6)$. On peut d'abord calculer le coefficient directeur : $m = \frac{6-2}{3-1} = 2$, puis écrire l'équation réduite $y = 2x + b$. En remplaçant avec le point A, on obtient $2 = 2 \times 1 + b$, donc $b = 0$. Il faut enfin passer à la forme cartésienne demandée.

Exercice 3 (5 points)

Transformer l'équation cartésienne $3x+y-7=0$ en équation réduite. Cet exercice classique des **équation cartésienne d'une droite exercices corrigés** demande de laisser y seul d'un côté : c'est un test simple de méthode, mais les erreurs de signe sont fréquentes. Une écriture propre permet de mieux contrôler le passage d'une forme à l'autre.

Exercice 4 (6 points)

Écrire l'équation d'un **cercle** de centre $C(2;-1)$ et de rayon 3, puis tester si $P(5;-1)$ appartient au cercle. On utilise la forme

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

avec les coordonnées du centre. Ici, l'exercice vérifie à la fois la formule, le remplacement correct et la capacité à contrôler un résultat par substitution.

Correction

Exercice 1. Oui, $2x-3y+5=0$ est une droite car elle est de la forme $ax+by+c=0$. Pour $A(2;3)$: $2\times2-3\times3+5=4-9+5=0$. Donc A **appartient** à la droite. **Exercice 2.** On a $y=2x$. En forme cartésienne :

$$2x-y=0.$$

Vérification : pour A, $2\times1-2=0$; pour B, $2\times3-6=0$. La droite est correcte. **Exercice 3.** $3x+y-7=0 \Rightarrow y=-3x+7$. La forme réduite est donc

$$y=-3x+7.$$

Exercice 4. Le cercle a pour équation

$$(x-2)^2+(y+1)^2=9.$$

Pour $P(5;-1)$: $(5-2)^2+(-1+1)^2=3^2+0^2=9$. Donc P appartient au cercle.

Checklist de relecture : ai-je **tout mis du même côté** si une forme cartésienne est demandée ? Ai-je pensé à **tester les points donnés** ? Ai-je simplifié l'écriture finale ? Ai-je bien distingué **vecteur directeur** et **vecteur normal**, même si seul ce dernier sert directement pour une équation cartésienne ? Cette *méthode* rend les **exercices corrigés** plus sûrs et la rédaction plus claire.

Comment trouver l'équation cartésienne ?

Pour trouver une équation cartésienne, je pars des informations connues : un point, un vecteur directeur, une pente ou plusieurs points. Pour une droite, on obtient souvent une forme du type $ax + by + c = 0$. Il suffit ensuite de remplacer les coordonnées connues pour déterminer les coefficients et écrire une relation vérifiée par tous les points de l'objet géométrique.

Comment réduire une équation cartésienne ?

Réduire une équation cartésienne consiste à la réécrire sous une forme plus simple, souvent en isolant y si possible. À partir de $ax + by + c = 0$, si b n'est pas nul, je transforme en $y = (-a/b)x - c/b$. Je simplifie aussi les coefficients, j'enlève les fractions si nécessaire et je vérifie que l'équation reste équivalente.

Comment trouver l'équation cartésienne d'un cercle ?

Pour un cercle de centre (a, b) et de rayon r, j'utilise d'abord la forme $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$. Ensuite, je développe pour obtenir une équation cartésienne générale. Si le centre et un point du cercle sont connus, je calcule le rayon avec la distance entre ces deux points avant de remplacer dans la formule.

Comment déterminer une équation cartésienne de la droite AB ?

Avec $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$, je calcule un vecteur directeur $AB = (x_B - x_A, y_B - y_A)$. Un vecteur normal est alors $(y_A - y_B, x_B - x_A)$. J'écris ensuite l'équation sous la forme $a(x - x_A) + b(y - y_A) = 0$, puis je développe. On obtient ainsi une équation cartésienne de la droite passant par A et B.

Pourquoi équation cartésienne ?

L'équation cartésienne est utile parce qu'elle décrit directement un ensemble de points dans le plan. Je m'en sers pour vérifier si un point appartient à une droite ou à une courbe, pour étudier des intersections et pour passer facilement à des calculs algébriques. C'est une écriture très pratique en géométrie analytique et en résolution d'exercices.

Comment trouver l'équation cartésienne d'une courbe ?

Pour trouver l'équation cartésienne d'une courbe, je pars soit d'une relation entre x et y, soit d'une représentation paramétrique. Si la courbe est donnée par $x = x(t)$ et $y = y(t)$, j'élimine le paramètre t. Le but est d'obtenir une relation uniquement entre x et y, comme F(x, y) = 0 ou y = f(x).

Comment trouver une équation réduite à partir d'une équation cartésienne ?

Je pars d'une équation cartésienne de droite, par exemple ax + by + c = 0. Si b n'est pas nul, j'isole y pour obtenir y = mx + p avec m = -a/b et p = -c/b. Cette forme réduite permet de lire directement la pente et l'ordonnée à l'origine. Si b = 0, la droite est verticale et n'a pas de forme réduite.

Comment déterminer une équation cartésienne à partir de 2 points ?

À partir de deux points, je construis d'abord la droite qui les relie. Je peux calculer la pente si les abscisses sont différentes, puis utiliser la forme y - y1 = m(x - x1). Sinon, j'utilise directement un vecteur normal pour écrire ax + by + c = 0. Enfin, je vérifie que les coordonnées des deux points satisfont bien l'équation obtenue.

Retenir l'essentiel, c'est simple : une équation cartésienne permet de reconnaître les points d'une figure grâce à leurs coordonnées. Pour bien progresser, entraîne-toi sur trois réflexes : tester si un point vérifie l'équation, trouver l'équation d'une droite à partir de deux points, puis faire le lien avec la lecture graphique. En maîtrisant ces étapes, tu comprendras beaucoup mieux la géométrie analytique au collège et tu arriveras plus sereinement au lycée.

Mis à jour le 05 mai 2026