Maths collège

Équations de la tangente : formule simple et méthode claire

Équations de la tangente : définition, formule, méthode pas à pas, cas particuliers et erreurs fréquentes avec exemples clairs.

Cours de mathématiques niveau

L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a est y = f'(a)(x - a) + f(a). Elle passe par A(a ; f(a)) et son coefficient directeur est f'(a), ce qui décrit la pente locale de la courbe en ce point.

Vous avez déjà trouvé f'(a) sans savoir quoi en faire ensuite ? C'est souvent là que le blocage commence : on a une dérivée, un point sur la courbe, puis soudain une droite à écrire. Pourtant, l'idée est très concrète : la tangente est la droite qui “colle” le mieux à la courbe au voisinage d'un point. Quand j'aide un élève, je remarque toujours la même confusion entre la formule, le calcul de l'image f(a) et le rôle du nombre dérivé. Avec une méthode simple, quelques repères visuels et les bons réflexes, écrire l'équation de la tangente devient beaucoup plus naturel.

En bref : les réponses rapides

Quelle différence entre tangente à une courbe et fonction tangente ? — La tangente à une courbe est une droite locale liée à la dérivée en un point. La fonction tangente, notée tan(x), est une fonction trigonométrique définie à partir du sinus et du cosinus.

Comment trouver une tangente sans développer toute l'équation ? — On peut garder la forme y = f'(a)(x-a) + f(a), souvent plus rapide et moins source d'erreurs. Le développement n'est utile que si l'exercice demande une forme réduite.

Que signifie une dérivée nulle pour la tangente ? — Si f'(a)=0, la pente est nulle au point étudié. La tangente est donc horizontale, même si la courbe peut continuer à monter ou descendre autour de ce point.

Peut-on déterminer une tangente uniquement sur un graphique ? — Oui, on peut en donner une estimation graphique en lisant la pente locale et le point de contact. En revanche, une équation exacte demande en général l’expression de la fonction ou des données numériques précises.

Équation de la tangente : définition simple, formule et sens géométrique

L’**équation de la tangente** à la **courbe représentative** d’une fonction f au point d’abscisse a est

$$y = f'(a)(x-a) + f(a).$$

Cette droite passe par le point $A(a\,;\,f(a))$ et son **coefficient directeur** vaut $f'(a)$, c’est-à-dire le **nombre dérivé** de f en a, donc la pente locale de la courbe.

Pour une **fonction numérique** d’une **variable réelle**, définie sur un **intervalle**, la tangente est la droite qui “colle” le mieux à la courbe au voisinage d’un point. Visuellement, elle touche la courbe en $A(a\,;\,f(a))$ et en suit la direction immédiate. Cette idée n’a de sens que si la fonction est une **fonction dérivable** en a : la **dérivée**, notée $f'(a)$, existe alors et mesure la variation instantanée de f. Si $f'(a) > 0$, la courbe monte localement ; si $f'(a) < 0$, elle descend ; si $f'(a) = 0$, la **droite tangente** est horizontale. Autrement dit, l’**équation de la tangente** traduit géométriquement une pente, mais aussi analytiquement un comportement local très précis de la fonction.

La formule générale s’écrit

$$y = f'(a)(x-a) + f(a),$$

ce qui met en évidence deux informations simples : la droite passe par $A(a\,;\,f(a))$ et sa pente vaut $f'(a)$. En développant, on retrouve la forme connue d’une droite, $y = mx + p$, avec $m = f'(a)$ et $p = f(a) - af'(a)$. Le lien est direct : dans l’**équation de la tangente**, le rôle de m est joué par le **coefficient directeur**, donc par le **nombre dérivé**. Cette écriture est très utile en calcul, car elle évite les confusions entre le point de contact a, la valeur $f(a)$ et la pente $f'(a)$. Elle rappelle aussi qu’on travaille sur la **courbe représentative** d’une fonction, et non sur la fonction trigonométrique tangente, notée $\tan(x)$, qui est un autre objet mathématique.

Au-delà de la formule, la tangente sert à approcher la fonction près de a par une expression affine : près du point étudié, on peut écrire *en idée* $f(x) \approx f(a) + f'(a)(x-a)$. C’est l'approximation locale issue de la **dérivation**. Elle permet de lire une pente sur un graphique, de tracer rapidement une droite d'appui, ou encore de modéliser localement une évolution sans recalculer toute la courbe. Pour un élève, cela rend la **dérivée** concrète ; pour un parent ou un enseignant, cela donne un pont clair entre calcul et géométrie. L'**équation de la tangente** n'est donc pas seulement une formule à réciter : c'est un outil pour comprendre comment une fonction se comporte, point par point, sur son intervalle de définition.

Pourquoi la tangente résume la pente instantanée de la courbe

La **tangente** donne la direction de la courbe en un point précis. Visuellement, une droite sécante coupe la courbe en deux points ; quand le second point se rapproche du premier, la sécante *se confond peu à peu* avec la tangente. Sa pente devient alors la **pente instantanée**, mesurée par la dérivée $f'(a)$. C'est l'idée essentielle.

Si l'on observe une courbe au point d'abscisse a, la quantité $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ mesure d'abord une variation *moyenne* entre deux points. Quand h devient très petit, cette variation moyenne tend vers une variation locale, donc instantanée. On ne cherche plus comment la fonction évolue sur un intervalle, mais **exactement au point** considéré. Graphiquement, cela se lit par l'inclinaison de la tangente : si elle monte, $f'(a)>0$; si elle descend, $f'(a)<0$; si elle est horizontale, $f'(a)=0$. La **tangente** résume ainsi, en une seule droite, le comportement immédiat de la courbe sans passer par une démonstration lourde.

Déterminer graphiquement le nombre dérivé et l'équation de la tangente - Première — Yvan Monka

Comment calculer une équation de la tangente étape par étape

Pour **calculer l'équation de la tangente**, on suit toujours la même **méthode** : choisir l'**abscisse** a, faire le **calcul de** $f(a)$, puis le **calcul de** $f'(a)$, et remplacer dans la **formule tangente** $y=f'(a)(x-a)+f(a)$. Ensuite, on peut développer pour obtenir une écriture plus simple. Cette proposition résume l'une des applications de la dérivation les plus utiles au collège et au lycée.

La règle de base est courte, mais elle doit être appliquée avec ordre. Si la courbe représente une fonction f, la tangente au **point** A d'abscisse a est la **droite** qui a pour pente $f'(a)$ et qui passe par $A(a; f(a))$. La formule tangente s'écrit donc

$$y = f'(a)(x - a) + f(a).$$

C’est la conclusion à retenir. Pour savoir **comment calculer l'équation de la tangente**, il suffit de dérouler quatre actions sans en sauter une : choisir a, trouver $f(a)$, trouver $f'(a)$, puis remplacer. Graphiquement, on peut parfois déterminer l’équation graphiquement si la pente et un point sont lisibles, mais en pratique scolaire, la dérivation donne la méthode la plus fiable. Cette écriture est aussi celle qu’on rencontre dans les SERP sous les formulations *conclusion*, *proposition* ou *applications de la dérivation*.

Exemple simple avec une **fonction polynomiale** : $f(x) = x^2 + 1$, et on cherche la tangente au point d’abscisse $a = 2$. On calcule d’abord $f(2) = 2^2 + 1 = 5$. Puis on dérive : $f'(x) = 2x$, donc $f'(2) = 4$. On remplace dans la formule :

$$y = 4(x - 2) + 5.$$

On peut laisser cette forme, très pratique car elle montre la pente 4 et le point de contact. Si l’exercice demande une forme développée ou réduite, on développe :

$$y = 4x - 8 + 5 = 4x - 3.$$

La vérification minimale est indispensable : la tangente doit passer par $A(2; 5)$. En remplaçant x par 2 dans $y = 4x - 3$, on obtient $y = 8 - 3 = 5$. C’est cohérent. Cette vérification évite une erreur fréquente : un bon **calcul de** $f'(a)$ avec un mauvais **calcul de** $f(a)$, ou l’inverse.

Deuxième exemple, un peu plus riche : $f(x) = x^3 - 2x$ au point d’abscisse $a = -1$. On calcule $f(-1) = (-1)^3 - 2(-1) = -1 + 2 = 1$. Puis $f'(x) = 3x^2 - 2$, donc $f'(-1) = 3 \times 1 - 2 = 1$. L’équation de la tangente vaut alors

$$y = 1(x + 1) + 1,$$

puisque $x - a = x - (-1) = x + 1$. En forme réduite, cela donne

$$y = x + 2.$$

La vérification finale confirme la cohérence : pour $x = -1$, on trouve $y = -1 + 2 = 1$, donc la droite passe bien par $A(-1; 1)$. Cette étape semble simple, néanmoins elle sécurise tout le raisonnement. En revanche, si la droite obtenue ne passe pas par $A(a; f(a))$, l’erreur vient presque toujours d’un signe mal recopié, surtout quand a est négatif. Voilà la vraie méthode : claire, répétable, et directement exploitable pour les exercices comme pour déterminer l’équation graphiquement quand les données le permettent.

Cas particuliers et confusions fréquentes : le vrai guide anti-erreurs

Tous les points d’une courbe n’admettent pas forcément une tangente au sens usuel. Si $f'(a)=0$, la **tangente horizontale** existe et son équation devient $y=f(a)$. Si la fonction n’est pas dérivable en a, la formule classique ne marche plus. Et la tangente à une courbe ne doit jamais être confondue avec la **fonction tangente** $tan(x)$ en *Trigonométrie*.

Le cadre standard reste simple : si la **dérivabilité** en a est vérifiée, la tangente au point d’abscisse a a pour équation

$$y=f'(a)(x-a)+f(a).$$

Mais plusieurs cas spéciaux créent des **erreurs fréquentes**. Une pente nulle donne une droite horizontale. Une pente “infinie” suggère une **tangente verticale**, souvent écrite $x=a$, ce qui sort du modèle usuel $y=mx+p$. Un **point anguleux** ou un **point non dérivable** bloque la méthode. Enfin, au **point d’inflexion**, la tangente peut couper la courbe : elle la touche localement, puis la traverse. Ce n’est pas une erreur de dessin. C’est un vrai cas de géométrie locale, souvent mal compris au lycée.

Situation	Condition	Équation / statut	Piège classique
Tangente ordinaire	f dérivable en a et $f'(a)$ fini	$y=f'(a)(x-a)+f(a)$	Oublier le terme $f(a)$
Tangente horizontale	$f'(a)=0$	$y=f(a)$	Écrire à tort $y=0$
Tangente verticale	Pente non finie, lecture géométrique	$x=a$	Vouloir forcer la forme $y=mx+p$
Point anguleux / point non dérivable	Pas de dérivabilité en a	Pas de formule classique	Calculer une “dérivée” inexistante
Point d’inflexion	f dérivable en a		

Situation	Condition	Équation / statut	Piège classique
		Tangente possible, parfois sécante à la courbe	Croire qu'une tangente ne coupe jamais

La checklist anti-erreurs tient en quatre réflexes. D'abord, ne pas confondre a et x : a est l'abscisse du point de contact, x reste la variable de la droite. Ensuite, calculer **les deux objets** : la pente $f'(a)$ et l'ordonnée $f(a)$. Puis vérifier que le point $\big(a;f(a)\big)$ appartient bien à la droite obtenue. Test rapide : remplacer x par a, on doit retrouver $y=f(a)$. Dernier réflexe : distinguer la tangente géométrique et la **fonction tangente**. En *trigonométrie*, "équation de la fonction tangente" renvoie à

$$y=tan(x),$$

avec ses asymptotes et son domaine propre. Ce sujet n'a rien à voir avec l'équation d'une tangente à une courbe, même si le mot est identique. La confusion lexicale est très fréquente. Elle coûte des points.

Exercices corrigés : un niveau débutant et un niveau plus avancé

Pour progresser, il faut appliquer la formule sur des fonctions de difficulté croissante. Un **exercice corrigé tangente** sur un polynôme simple sert à automatiser la méthode, tandis qu'un second demande davantage d'attention pour interpréter le résultat, vérifier la droite obtenue et repérer un *cas particulier*, ici une tangente horizontale.

Rappel ultra-court : si une fonction f est dérivable en a, l'équation de la tangente au point d'abscisse a est

$$y=f'(a)(x-a)+f(a).$$

Le nombre $f'(a)$ est le **coefficient directeur** de la droite, et le point de contact est $A(a;f(a))$. En **lycée**, cet algorithme de résolution reste toujours le même : calculer $f(a)$, dériver, évaluer $f'(a)$, puis écrire la droite.

Exercice 1 On considère $f(x)=x^2+3x-1$ et on cherche la tangente au point d'abscisse $a=2$. C'est l'**application** classique pour relier *nombre dérivé et* *tangente*, avec des calculs accessibles dès les rappels de seconde. Déterminer $f(2)$, puis $f'(x)$, ensuite $f'(2)$, écrire l'équation de la tangente et vérifier qu'elle passe bien par le point de contact.

Voir le corrigé

On calcule d'abord l'ordonnée du point de contact : $f(2)=2^2+3\times2-1=4+6-1=9$. Le point est donc $A(2;9)$. On dérive ensuite la fonction : $f'(x)=2x+3$. En évaluant en $a=2$, on obtient $f'(2)=2\times2+3=7$. La tangente a donc pour pente **7**. On applique la formule :

$$y=f'(2)(x-2)+f(2)=7(x-2)+9.$$

On simplifie :

$$y=7x-14+9=7x-5.$$

Vérification : si $x=2$, alors $y=7\times2-5=14-5=9$, donc la droite passe bien par $A(2;9)$. Cet **exercice corrigé tangente** est typique de l'*équation de la tangente terminale* et montre bien la mécanique de base : point, pente, équation.

Exercice 2 On considère maintenant $f(x)=x^3-3x$ au point $a=1$. L'intérêt est plus fin : le calcul reste simple, mais la vérification géométrique demande de l'attention. Cet exercice fait partie des **exercices transversaux** utiles au **lycée**, car il oblige à distinguer la formule juste d'un développement mal recopié. Déterminer l'équation de la tangente et contrôler le résultat par substitution.

Voir le corrigé

On commence par calculer le point de contact : $f(1)=1^3-3\times1=1-3=-2$. Donc $A(1;-2)$. La dérivée est $f'(x)=3x^2-3$. En $x=1$, on trouve $f'(1)=3\times1^2-3=0$. La pente est donc **nulle** : la tangente est horizontale, ce qui constitue un cas particulier très fréquent dans un **exercice corrigé tangente**. En appliquant la formule,

$$y=f'(1)(x-1)+f(1)=0\times(x-1)-2,$$

d'où

$$y=-2.$$

Vérification : pour $x=1$, la droite donne bien $y=-2$, donc elle passe par A. Comme son coefficient directeur vaut 0, elle est horizontale, ce qui confirme l'interprétation. Ce type de question relie directement *nombre dérivé et tangente* : quand le nombre dérivé vaut 0, la tangente est parallèle à l'axe des abscisses. Pour réviser seul, je conseille de refaire chaque **application** sans regarder le corrigé, puis de contrôler systématiquement trois points : le calcul de $f(a)$, la valeur exacte de $f'(a)$ et le test final en remplaçant x par a dans la droite obtenue. C'est le meilleur auto-contrôle contre les erreurs de signe et les oublis de parenthèses.

Méthode express de relecture avant de valider son résultat

Relis toujours en **cinq tests** : le **point**, la **pente**, le signe, la cohérence graphique et la forme finale. Vérifie d'abord que la tangente passe bien par $A(a; f(a))$ en remplaçant $x=a$ dans ton équation. Puis contrôle la pente : le coefficient directeur doit être $f'(a)$. Ensuite, regarde le *signe* : si la courbe monte au point étudié, la pente doit être positive ; si elle descend, négative ; si elle est plate, tu dois trouver $m=0$.

Fais aussi un test visuel rapide. Une tangente très inclinée avec un petit coefficient, ou presque horizontale avec une grande valeur de m, signale souvent une erreur. Enfin, vérifie la **forme finale** : $y=f'(a)(x-a)+f(a)$ ou $y=mx+p$, après développement correct. Un dernier réflexe aide beaucoup : remplace $x=a+1$ pour voir si la variation obtenue est cohérente avec la pente. Court, mais redoutablement efficace.

Comment calculer l'équation de la tangente ?

Pour calculer l'équation de la tangente à une courbe y = f(x) au point d'abscisse a, j'utilise la formule y = f'(a)(x - a) + f(a). Il faut donc connaître la dérivée f'(x), calculer f'(a) pour la pente, puis f(a) pour le point de contact. C'est la méthode standard en analyse.

Quelle est l'équation de la fonction tangente ?

L'équation de la fonction tangente est y = tan(x). En trigonométrie, elle correspond au rapport sin(x)/cos(x), à condition que cos(x) ne soit pas nul. Cette fonction n'est donc pas définie pour x = π/2 + kπ, avec k entier. Il ne faut pas la confondre avec l'équation d'une droite tangente à une courbe.

Comment résoudre une équation avec la tangente ?

Pour résoudre une équation du type tan(x) = a, j'utilise la solution générale x = arctan(a) + kπ, avec k entier. La période de la tangente est π, donc toutes les solutions se répètent tous les π. Si l'équation est plus complexe, il faut souvent transformer l'expression avant d'appliquer cette règle.

Quelle est l'équation de la tangente en terminale ?

En terminale, l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a s'écrit généralement y = f'(a)(x - a) + f(a). C'est la formule à connaître pour les exercices de dérivation. Elle permet de déterminer la droite qui touche la courbe au point A(a ; f(a)) avec la bonne pente.

Comment savoir si une tangente est horizontale ?

Une tangente est horizontale lorsque son coefficient directeur est nul. En pratique, je vérifie que f'(a) = 0 au point étudié. Si c'est le cas et que la fonction est dérivable en a, l'équation de la tangente devient y = f(a). On obtient alors une droite parallèle à l'axe des abscisses.

Peut-on avoir une tangente si la fonction n'est pas dérivable au point étudié ?

En général, si la fonction n'est pas dérivable en un point, on ne peut pas utiliser la formule classique de l'équation de la tangente. Cependant, il peut exister une tangente verticale ou une tangente au sens géométrique dans certains cas particuliers. Tout dépend du comportement local de la courbe au voisinage du point.

Retenez l'essentiel : pour écrire une tangente, il faut le point A(a ; f(a)) et la pente f'(a). La formule y = f'(a)(x - a) + f(a) suffit dans la plupart des exercices, à condition de bien calculer séparément f(a) et f'(a). En cas de doute, vérifiez toujours que la droite passe par le bon point et que son coefficient directeur est cohérent. Si vous révisez, entraînez-vous sur deux ou trois fonctions différentes : c'est la meilleure façon d'éviter les erreurs le jour du contrôle.

Mis à jour le 05 mai 2026