Maths collège

Fonction cube : définition, courbe, propriétés et exercices

Fonction cube : définition, formule x^3, courbe, variations et exemples concrets pour comprendre rapidement avec méthode.

Cours de mathématiques niveau

La fonction cube est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3$. Elle est définie pour tout nombre réel, strictement croissante, impaire, et sa courbe passe par l'origine avec des valeurs négatives pour x négatif et positives pour x positif.

Pourquoi le volume d'un cube explose-t-il quand on double son côté ? C'est précisément l'idée derrière la fonction cube. En classe, je vois souvent la même hésitation : on sait calculer un cube, mais on comprend moins bien ce que représente la courbe de x^3 et pourquoi elle traverse l'origine d'une façon si particulière. Pour un élève de 3e ou de Seconde, la fonction cube est pourtant une fonction de référence très utile : elle relie calcul, graphique et situations concrètes d'agrandissement en trois dimensions, tout en aidant à éviter des erreurs fréquentes.

En bref : les réponses rapides

Comment tracer rapidement la courbe de la fonction cube ? — On place quelques points repères comme (-2;-8), (-1;-1), (0;0), (1;1) et (2;8), puis on relie avec une courbe régulière croissante, symétrique par rapport à l'origine.
Quelle différence entre fonction cube et fonction carrée ? — La fonction carrée donne toujours des valeurs positives ou nulles, alors que la fonction cube garde le signe du nombre de départ. La fonction cube est aussi croissante sur tout $\mathbb{R}$.
Comment trouver l'antécédent d'un nombre par la fonction cube ? — Il faut calculer la racine cubique du nombre. Par exemple, l'antécédent de 27 est 3, et celui de -8 est -2.
Pourquoi la fonction cube est utile en géométrie ? — Elle modélise le volume d'un cube et, plus largement, l'effet d'un agrandissement dans l'espace : si les longueurs sont multipliées par k, les volumes sont multipliés par k^3.

Définition de la fonction cube, formule, ensemble de définition et forme de la courbe

La **définition fonction cube** est simple : c'est la fonction qui, à tout nombre réel x, associe son cube, soit $f(x)=x^3$. Son **ensemble de définition** est $\mathbb{R}$, et son ensemble des images est aussi $\mathbb{R}$. Sa courbe passe par l'**origine** $O(0;0)$, prend des valeurs négatives si $x\<0$ et positives si $x\>0$, avec une **symétrie centrale** par rapport à l'origine.

Dire que la **fonction cube formule** $f(x)=x^3$ associe à un nombre son cube signifie qu'on multiplie ce nombre par lui-même trois fois : $x^3=x\times x\times x$. Ainsi, si $x=2$, alors $f(2)=2^3=8$; si $x=-3$, alors $f(-3)=(-3)^3=-27$. Cette règle fonctionne pour tous les **nombres réels**, qu'ils soient entiers, décimaux, fractionnaires ou négatifs. C'est pourquoi l'**ensemble de définition** est $\mathbb{R}$. En revanche, la fonction ne “bloque” sur aucune valeur : on peut obtenir n'importe quel réel comme image, puisque pour tout nombre y, il existe un réel x tel que $x^3=y$. La fonction cube fait donc partie des *fonctions de référence* étudiées au collège et en Seconde, au même titre que $x\mapsto x$ et $x\mapsto x^2$, mais son comportement graphique est différent.

Sur un **repère**, la **courbe représentative** de la fonction cube est l'ensemble des points de coordonnées $(x;x^3)$. Le vocabulaire compte : x est l'**abscisse**, $f(x)$ est l'**ordonnée**. Le **fonction cube graphique** a une forme en “S” allongé. Il passe forcément par $O(0;0)$, puisque $f(0)=0^3=0$. Quand x devient très négatif, x^3 devient très négatif aussi ; quand x devient très positif, x^3 devient très positif. La courbe monte donc de gauche à droite, sans former de sommet ni de creux, contrairement à celle de x^2 qui dessine une parabole. En revanche, elle n'est pas une droite comme la fonction $x\mapsto x$: près de l'origine, elle paraît plus “plate”, puis elle grimpe plus vite quand $|x|$ augmente.

La fonction cube est aussi une **fonction impaire**. La vérification est directe : $f(-x)=(-x)^3=-x^3=-f(x)$. Cette égalité explique la **symétrie centrale** de sa courbe par rapport à l'origine : si le point $(a;b)$ est sur la courbe, alors le point $(-a;-b)$ y est aussi. C'est un repère utile pour tracer rapidement quelques points, puis esquisser la courbe sans erreur. Néanmoins, une confusion revient souvent : certains élèves pensent que le cube “rend toujours positif”, parce qu'ils confondent avec le carré. Or $(-2)^3=-8$, tandis que $(-2)^2=4$. Cette différence est essentielle pour lire le signe des images et comprendre la forme globale de la courbe. La fonction cube relie donc une règle algébrique très simple à une représentation graphique riche, ce qui en fait une vraie fonction de référence.

Quelles sont les variations de la fonction cube et pourquoi elle est croissante

La **fonction cube** est **strictement croissante** sur tout $\mathbb{R}$: quand x augmente, x^3 augmente aussi. Autrement dit, si $a<b$, alors $a^3<b^3$. Cette propriété de **variations de la fonction cube** sert directement à comparer des nombres, à résoudre une **équation** du type $x^3=k$ avec la **racine cubique**, et à traiter une **inéquation** comme $x^3<k$ sans changer le sens de l'ordre.

Pour comprendre pourquoi la **fonction cube croissante** l'est sur tout **fonction cube intervalle** des réels, on peut raisonner sans dérivée. Prenons deux nombres a et b tels que $a<b$. Alors $b-a>0$, et l'on peut factoriser :

$$b^3-a^3=(b-a)(a^2+ab+b^2).$$

Le premier facteur est positif. Le second est toujours positif ou nul, et même strictement positif dès que $a\neq b$, car a^2 et b^2 sont positifs et compensent un éventuel produit ab négatif. Donc $b^3-a^3>0$, d'où $a^3<b^3$. Ce raisonnement vaut pour les nombres négatifs, nuls et positifs. Voilà pourquoi le **tableau de variations** d'un cours de **Seconde** montre une montée continue de la courbe de gauche à droite : plus on avance sur l'axe des abscisses, plus l'ordonnée augmente, même si la courbe est plus aplatie près de 0 puis plus raide quand $|x|$ grandit.

Graphiquement, cette idée se lit très bien sur la courbe de $f(x)=x^3$. Elle passe par l'origine, descend dans la partie gauche puis remonte immédiatement en traversant 0, sans jamais redescendre : c'est exactement le sens du mot **variations**. Dans un **tableau de variations**, on écrit donc que f est croissante sur $]-\infty;+\infty[$. Cette propriété est capitale parmi les **fonctions de référence**, car elle permet une lecture directe de l'ordre : si un point de la courbe est plus à droite, son image est plus haute. Par conséquent, l'**équation** $x^3=k$ admet une unique solution réelle, notée

$$x=\sqrt[3]{k},$$

où $\sqrt[3]{k}$ est la **racine cubique** de k. De même, pour une **inéquation**, on garde le sens : $x^{3}<k \iff x<\sqrt[3]{k}$ et $x^{3}\geq k \iff x\geq \sqrt[3]{k}$. C'est un point très utile dans les exercices de type *cours Seconde* sur l'**équation** $x^3=k$.

Une comparaison fréquente en **Seconde** consiste à mettre en parallèle x, x^2 et x^3 pour $x>0$. Elle évite des erreurs classiques, par exemple croire que “le cube est toujours plus grand que le nombre”. C’est faux si $0<x<1$. En effet, multiplier par un nombre positif plus petit que 1 rend plus petit. Ainsi, si $x=0{,}5$, alors $x^3=0{,}125$. En revanche, si $x>1$, les puissances grandissent. Le tableau suivant résume cette lecture, très pratique pour les comparaisons et les exercices.

Zone pour x	Comparaison entre x, x^2 et x^3	Conséquence utile
$0<x<1$	$x^3<x^2<x$	Les puissances diminuent
$x=1$	$x^3=x^2=x=1$	Égalité parfaite
$x>1$	$x<x^2<x^3$	Les puissances augmentent

Cours : Fonction cube (fonction de référence) — Mathemax

Résoudre simplement une équation ou une inéquation avec la racine cubique

Pour résoudre $x^3=k$, on applique la **racine cubique** aux deux membres : on obtient directement $x=\sqrt[3]{k}$. Pour une inéquation, la méthode reste simple, car la fonction cube est **strictement croissante** sur $\mathbb{R}$: elle conserve donc le sens de l’inégalité, même avec des nombres négatifs.

Concrètement, si $x^3=27$, alors $x=\sqrt[3]{27}=3$. Si $x^3=-8$, on trouve $x=\sqrt[3]{-8}=-2$: la racine cubique d’un nombre négatif existe bien, contrairement à certaines confusions fréquentes avec la racine carrée. Pour une inéquation, cette croissance change tout. Par exemple, $x^3\leq 64$ équivaut à $x\leq\sqrt[3]{64}$, donc $x\leq 4$. De même, $x^3>-27$ devient $x>\sqrt[3]{-27}$, donc $x>-3$. *Aucun renversement* du signe ici : en revanche, avec une fonction décroissante, ce serait différent. La règle utile à retenir est nette : si $a\leq b$, alors $a^3\leq b^3$, et réciproquement. Cela évite une erreur classique quand on manipule des puissances et des inégalités.

À quoi sert la fonction cube dans la vraie vie : volume, agrandissement 3D et modélisation simple

La **fonction cube** sert à décrire des situations où une grandeur dépend de **trois dimensions**. Dès qu'une longueur, une largeur et une hauteur varient ensemble, le volume suit une loi en x^3. Si on double toutes les longueurs d'un solide, son volume est multiplié par $2^3=8$. C'est la base pour comprendre le **volume cube**, l'**agrandissement 3D** et la **racine cubique**.

Le cas le plus simple est le **cube géométrique**. Si son arête mesure a, alors son volume vaut

$$V=a^3.$$

Cette formule relie directement une longueur à un volume. Un dé en bois de 4 cm d'arête occupe donc

$$4^3=64\ \text{cm}^3.$$

Ce lien paraît élémentaire, pourtant il évite une erreur fréquente : beaucoup d'élèves pensent qu'en multipliant l'arête par 3, le volume est aussi multiplié par 3. C'est faux, car le volume dépend des *trois* directions de l'espace. On obtient en réalité un facteur $3^3=27$. Cette idée sert en **modélisation simple**, par exemple pour estimer la contenance d'un emballage cubique, d'une boîte de rangement, d'un aquarium presque cubique ou d'un objet conçu en **impression 3D** au collège.

L'autre usage concret est l'**agrandissement**. Si une **maquette** ou un objet est agrandi avec un rapport k, toutes les longueurs sont multipliées par k, alors le volume est multiplié par

$$k^3.$$

En revanche, si $k=1{,}5$, le volume n'est pas multiplié par $1{,}5$ mais par $1{,}5^3=3{,}375$. Une petite augmentation des dimensions produit donc une hausse bien plus forte du volume, ce qui explique pourquoi une boîte un peu plus grande consomme beaucoup plus de matière. La **racine cubique** joue le rôle inverse : elle permet de retrouver une dimension à partir d'un volume. Si l'on connaît V, on cherche l'arête avec

$$a=\sqrt[3]{V}.$$

C’est très utile quand on part d’une contenance imposée et qu’on veut fabriquer un cube, par exemple pour un rangement ou un prototype scolaire.

Mini-exercice 1. Un cube a un volume de 216 cm^3. Trouver son arête. On pose

$$a^3 = 216.$$

On cherche le nombre dont le cube vaut 216. Or $6^3 = 216$, donc

$$a = 6 \text{ cm}.$$

Mini-exercice 2. Une maquette est agrandie d’un facteur $1{,}5$. Comparer les volumes. Le coefficient d’agrandissement des volumes est

$$1{,}5^3 = 3{,}375.$$

Par conséquent, le nouveau volume est $3{,}375$ **fois plus grand** que l’ancien. Si la maquette de départ avait un volume de 200 cm^3, la nouvelle aurait

$$200 \times 3{,}375 = 675 \text{ cm}^3.$$

Voilà un vrai **fonction cube exercice** : on ne récite pas seulement une formule, on comprend comment une variation de longueur transforme l’espace réel.

Erreurs fréquentes sur la fonction cube : contre-exemples et exercices corrigés pas à pas

Durée 1h, 20 points

Les **erreurs fonction cube** les plus fréquentes portent sur les nombres négatifs, la confusion entre x^3 et $3x$, la lecture de la **courbe représentative** et l’usage de la **racine cubique**. Un bon *contre-exemple* corrige vite : $(-2)^3 = -8$ et non 8, car le signe négatif reste quand l’exposant est impair.

Exercice 1 (4 points)

Repérer l’erreur dans chaque affirmation et corriger : $x^3 = 3x$; $(-5)^3 = 125$; la fonction cube n’est définie que pour $x \geq 0$; si $x^3 = 9$, alors $x = \sqrt{9}$.

Les pièges classiques reviennent toujours, mais ils se démontent avec des **contre-exemples** très courts. Dire que $x^3 = 3x$ est faux : pour $x = 2$, on obtient

$2^3=8$ alors que $3\times 2=6$. Croire qu'un cube de nombre négatif devient positif est faux : $(-3)^3=-27$. Penser que l'ensemble de définition est limité l'est aussi, car on peut calculer l'**image d'un nombre** pour tout réel, par exemple $(-10)^3=-1000$ ou $4,5^3$. Confondre racine carrée et **racine cubique** bloque beaucoup d'élèves : si $x^3=8$, alors $x=2$, mais si $x^3=-8$, alors $x=-2$, ce que $\sqrt{x}$ ne permettrait pas. Enfin, pour résoudre $x^3<k$, on garde le sens de l'inégalité, car la fonction cube est strictement croissante sur $\mathbb{R}$: ainsi $x^3<27$ équivaut à $x<3$.

Exercice 2 (5 points)

Calculer : $f(-2)$, $f(0,5)$ et $f(3)$ pour $f(x)=x^3$. Donner ensuite un antécédent de -64.

Exercice 3 (5 points)

Sur la courbe $y=x^3$, on lit un point d'abscisse $-1,5$. Estimer son ordonnée. Puis chercher un **antécédent** approximatif de 10.

La lecture graphique ajoute d'autres confusions. Certains inversent les **coordonnées** : pour une abscisse donnée, on lit l'ordonnée, pas l'inverse. D'autres croient que la courbe passe par une droite, alors que la fonction cube n'est pas linéaire. Sur le graphique, le point d'abscisse 2 a pour ordonnée 8 ; le point $(2;3)$ n'appartient donc pas à la courbe. Pour **comment calculer fonction cube**, la méthode reste simple : on multiplie le nombre par lui-même trois fois. Cette **fonction cube propriété** fondamentale aide aussi à lire les signes : si l'abscisse est négative, l'ordonnée l'est également. Cela permet d'éviter une erreur fréquente en lecture approximative de la courbe représentative, notamment quand on cherche un antécédent ou qu'on résout une équation du type $x^3=k$.

Exercice 4 (6 points)

Résoudre : $x^3=27$, puis $x^3<-1$. Expliquer chaque étape.

Correction

Exercice 1. $x^3=3x$ est faux ; avec $x=2$, $8\neq 6$. $(-5)^3=-125$ car l'exposant est impair. La fonction cube est définie pour tout réel $x\in\mathbb{R}$. Si $x^3=9$, alors $x=\sqrt[3]{9}$, et non $\sqrt{9}$. **Exercice 2.** $f(-2)=(-2)^3=-8$, $f(0,5)=0,5^3=0,125$, $f(3)=27$. Un antécédent de -64 est -4, car $(-4)^3=-64$. **Exercice 3.** Pour $x=-1,5$, $y\approx(-1,5)^3=-3,375$, donc environ $-3,4$. Un antécédent de 10 vaut environ $2,15$, car

$2,15^3 \approx 9,94$. **Exercice 4.** $x^3 = 27 \Rightarrow x = 3$. Puis $x^3 < -1 \Rightarrow x < -1$, puisque la fonction cube est croissante sur $\mathbb{R}$.

> **À retenir**
>
> $x^3 \neq 3x$; un nombre négatif gardera un cube négatif ; la fonction cube est définie sur $\mathbb{R}$; pour $x^3 = k$, on utilise la racine cubique $\sqrt[3]{k}$; pour lire la courbe, on repère d’abord l’abscisse puis l’ordonnée.

fonction cube ensemble de définition

L’ensemble de définition de la fonction cube f(x) = x^3 est l’ensemble des nombres réels. En effet, on peut élever n’importe quel nombre réel au cube, qu’il soit positif, négatif ou nul. Il n’existe aucune restriction de calcul, contrairement à une racine carrée ou à une division par zéro.

Comment calculer la fonction cube ?

Pour calculer la fonction cube, je prends un nombre x puis je le multiplie par lui-même trois fois : x × x × x = x^3. Par exemple, si x = 2, alors f(2) = 2^3 = 8. Si x = -3, on obtient f(-3) = $(-3)^3$ = -27.

Quel est l'ensemble de définition de la fonction cube ?

L’ensemble de définition de la fonction cube est ℝ, c’est-à-dire tous les nombres réels. La formule f(x) = x^3 est valable pour chaque réel sans exception. On peut donc calculer l’image de tout nombre réel, y compris les nombres décimaux, négatifs, positifs et zéro.

Quelles sont les variations de la fonction cube ?

La fonction cube est strictement croissante sur tout l’ensemble des réels. Cela signifie que lorsque x augmente, x^3 augmente aussi. Il n’y a aucun intervalle où elle décroît. Son tableau de variation montre donc une montée continue de -∞ vers +∞, en passant par l’origine.

Pourquoi la fonction cube est impaire ?

La fonction cube est impaire car elle vérifie la propriété f(-x) = -f(x). En effet, si f(x) = x^3, alors f(-x) = $(-x)^3$ = $-x^3$ = -f(x). Graphiquement, cela signifie que sa courbe admet une symétrie centrale par rapport à l’origine du repère.

Comment calculer fonction cube ?

Pour calculer une fonction cube, j'élève simplement la valeur de x à la puissance 3. Autrement dit, je multiplie x par lui-même trois fois. Exemple : pour $x = 4$, on a $4^3 = 64$. Pour $x = 0$, on obtient $0^3 = 0$. La méthode reste toujours la même.

définition fonction cube

La fonction cube est la fonction définie par $f(x) = x^3$. À chaque nombre réel x, elle associe son cube. C'est une fonction de référence en mathématiques, étudiée pour ses propriétés simples : elle est définie sur $\mathbb{R}$, strictement croissante et impaire. Sa courbe passe par l'origine.

Est-ce que la fonction cube est croissante ?

Oui, la fonction cube est strictement croissante sur $\mathbb{R}$. Si $a < b$, alors $a^3 < b^3$. Cela veut dire que plus la valeur de x augmente, plus son cube augmente aussi. Cette propriété est vraie sur tous les réels, sans changement de sens de variation.

Retenir la fonction cube, c'est maîtriser bien plus que la formule x^3 : il faut savoir lire sa courbe, reconnaître qu'elle est impaire, comprendre qu'elle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ et faire le lien avec les volumes. Pour progresser vite, le plus efficace est de passer sans cesse du calcul au graphique puis à une situation concrète. Si tu révises, entraîne-toi avec quelques valeurs simples, des tableaux de variations et de petits problèmes de volume pour ancrer durablement la méthode.

Mis à jour le 05 mai 2026