Maths collège

La formule des probabilités totales s’applique en Première

Comprends la formule des probabilités totales avec une leçon, des exercices corrigés et un PDF à imprimer pour réviser en Première.

Cours de mathématiques niveau

Prénom : ____________________ **Date :** ____ / ____ / ______ **Version imprimable**

La formule des probabilités totales sert à calculer la probabilité d’un événement en additionnant les probabilités obtenues dans plusieurs cas incompatibles et complets. Avec une partition A_1, A_2, ldots, A_(n), on écrit P(B)=P(A_1cap B) +·s+P(A_(n)cap B).

Sur un arbre pondéré, deux branches peuvent mener au même événement final : tu dois alors additionner les chemins qui y arrivent. En Première, la formule probabilité totale aide à calculer une probabilité quand la situation est séparée en plusieurs cas, comme « malade ou non malade », « succès ou échec », « choix du groupe A ou B ». Prénom : ______ Date : ______. Niveau : Première. Cycle : terminal. Matière : mathématiques. Domaine : probabilités conditionnelles. Retrouve la leçon, la méthode, les exercices progressifs, puis utilise les boutons « Télécharger le PDF » et « Voir la correction ».

Objectif de la leçon et rappels indispensables

Prénom : ______ **Date :** ______

Première cycle terminal mathématiques probabilités conditionnelles

formule probabilité totale – Première

Dans une classe de **Première**, imagine un tirage où l’on choisit d’abord une urne, puis une boule : pour trouver la probabilité d’obtenir une boule rouge, tu dois additionner les chemins possibles. C’est exactement le rôle de la **formule probabilité totale** : calculer la probabilité d’un événement en séparant la situation en plusieurs cas. En pratique, tu l’utilises surtout avec un **arbre pondéré**, une partition de l’univers et des probabilités conditionnelles. Simple, mais précis.

Télécharger le PDF | Voir la correction

Objectif de la leçon : je sais reconnaître une partition et calculer une probabilité totale à partir d'un arbre pondéré.

Rappels indispensables : tu dois connaître $P(A)$, savoir lire P_(B)(A) ou P(Amid B), additionner des probabilités, puis multiplier les probabilités le long d'une branche. Une **probabilité conditionnelle** dépend d'une condition déjà réalisée ; attention, elle ne se lit pas comme une probabilité simple.

Ce qu'il faut savoir : partition, arbre pondéré et formule

Dans une classe de Première, imagine une étude où chaque élève est soit demi-pensionnaire, soit externe. Deux cas. Aucun chevauchement. Une **partition** de l'univers Ω est une liste de cas incompatibles qui couvre toutes les possibilités.

Un **système complet d'événements** est donc formé d'événements A_1, A_2, ldots, A_(n) tels que chaque issue appartient à un seul A_(i). Pour tout événement B, la **Formule des probabilités totales** donne : P(B)=P(A_1cap B) +·s+P(A_(n)cap B).

Avec un arbre pondéré, chaque **branche** porte une probabilité et chaque **chemin** représente une intersection. La **probabilité conditionnelle** P_(A)(B) signifie : probabilité de B sachant que A est réalisé.

La formule vient de la **Formule des probabilités composées** : P(Acap B)=P(A)× P_(A)(B). Ainsi : P(B)=∑_(i) P(A_(i))P_(A_(i))(B). Les probabilités totales calculent une probabilité globale ; le **Théorème de Bayes** sert ensuite à remonter vers la cause probable quand le résultat est connu.

Appliquer la formule des probabilités totales - Première/Terminale — Yvan Monka

Méthode pas à pas pour calculer une probabilité totale

Comment éviter de mélanger les branches ? Pour **calculer une probabilité totale**, appuie-toi sur un **arbre pondéré** : il montre les cas possibles, les intersections et les chemins qui mènent à l'événement cherché.

1. Nomme l'événement demandé, par exemple B, afin de savoir quelle **probabilité terminale** tu dois obtenir.
2. Vérifie que A et overlineA, ou A_1, A_2, A_3, couvrent tous les cas possibles sans oubli ni recouvrement inutile.
3. Calcule chaque **chemin** favorable avec la règle de multiplication : P(A_(i))× P_(A_(i))(B).
4. Additionne toutes les probabilités des chemins qui finissent par B : P(B)=P(A₁)× P_(A₁)(B)+P(A₂)× P_(A₂)(B)+·s.

Le réflexe est simple : *je multiplie sur une branche, j'additionne plusieurs branches*. En classe de Première, beaucoup d'erreurs viennent d'un événement contraire mal placé ou d'une branche oubliée ; l'arbre de probabilité rend la formule lisible, car chaque intersection apparaît comme un chemin complet.

Exemples résolus avec correction expliquée

Dans un **arbre pondéré**, une probabilité totale se lit en additionnant les probabilités des chemins qui mènent au même **événement**. Chaque chemin se calcule par multiplication. Simple et efficace. Quand une **partition** sépare la situation en plusieurs cas possibles, la formule probabilité totale permet de calculer une *probabilité globale* sans mélanger les informations.

Exemple probabilité totale 1. Dans une classe de Première, 40 % des élèves sont dans le groupe A et 60 % dans le groupe B. La probabilité conditionnelle de réussir est 0,8 dans A et 0,5 dans B. Pour **calculer** la probabilité de réussite R, additionne les deux chemins de l'arbre pondéré : P(R)=0,4×0,8+0,6×0,5=0,32+0,30=0,62. Donc **62 %** des élèves réussissent, en tenant compte des deux groupes.

Exercice corrigé 2. Un objet vient de l'usine 1 avec la probabilité 0,7 ou de l'usine 2 avec la probabilité 0,3. La probabilité d'un défaut D vaut 0,02 pour l'usine 1 et 0,05 pour l'usine 2. Même méthode :

P(D)=0,7×0,02+0,3×0,05=0,014+0,015=0,029. La probabilité d’obtenir un objet défectueux est donc **2,9 %**. Attention : on n’additionne pas directement 0,02 et 0,05, car les usines n’ont pas le même poids.

Exercices progressifs et correction à imprimer

La probabilité totale se maîtrise en calculant sans sauter d’étape. Utilise ces **exercices progressifs** comme un *PDF à imprimer* : lis l’arbre, multiplie les branches, puis additionne les chemins compatibles.

Exercice 1

Complète la partition : A et overline A sont deux cas .... et .... ; P(A)+P(overline A)=............

Exercice 2

Lis la probabilité conditionnelle : si P_(A)(R)=0,7, alors P(Rmid A)=............

Exercice 3

Calcule le chemin : P(A)=0,4 et P_(A)(R)=0,5, donc P(Acap R)=............

Exercice 4

Additionne deux chemins : P(A)=0,3, P_(A)(R)=0,8, P(overline A)=0,7, P_(overline A)(R)=0,2. $P(R) = \ldots\ldots\ldots\ldots$.

Exercice 5

Construis la formule : avec A et overline A, écris $P(R) = \ldots\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots\ldots$.

Exercice 6

Résous : en Première, 60 % révisent avec une fiche ; parmi eux, 80 % réussissent. Sinon, 50 % réussissent. $P(R) = \ldots\ldots\ldots\ldots$.

Exercice 7 □□□

Compare : arbre 1 donne P(R)=0,64 ; arbre 2 donne P(R)=0,58. Coche le meilleur : ☐ arbre 1 ☐ arbre 2.

Exercice 8 □□□

Relève le défi bonus : P(A)=0,2, P(B)=0,5, P(C)=0,3 ; P_(A)(R)=0,9, P_(B)(R)=0,4, P_(C)(R)=0,7. $P(R) = \dots\dots\dots\dots$.

Exercice corrigé 1 : contraires, exhaustifs, 1. Les deux événements couvrent toute la situation.

Exercice 2 : 0,7. La notation conditionnelle signifie « parmi les cas A ».

Exercice 3 : 0,2. On multiplie : 0,4×0,5.

Exercice 4 : 0,38. On calcule 0,3×0,8+0,7×0,2.

Exercice 5 : P(R)=P(A)P_(A)(R)+P(overline A)P_(overline A)(R). C'est la **formule des probabilités totales exercices corrigés**.

Exercice 6 : 0,68. La réussite vaut 0,6×0,8+0,4×0,5.

Exercice 7 : arbre 1. 0,64 est supérieur à 0,58.

Exercice 8 : 0,59. La **correction** additionne 0,2×0,9+0,5×0,4+0,3×0,7.

À retenir : Multiplie sur les branches, additionne les chemins qui arrivent au même événement.

Questions et réponses

Comment calculer la probabilité formule ?

Pour calculer une probabilité, commence par identifier l'événement demandé et le nombre de cas possibles. Si tous les cas ont la même chance d'arriver, utilise la formule P(A)=fractextnombre de cas favorablestextnombre de cas possibles. Vérifie ensuite que le résultat est compris entre 0 et 1. Tu peux aussi l'écrire en pourcentage.

Quand utiliser la formule des probabilités composées ?

Utilise la formule des probabilités composées quand tu veux calculer la probabilité que deux événements se réalisent l'un après l'autre ou en même temps. La formule est P(A cap B)=P(A)× P_(A)(B), si P(A)≠ 0. Elle est très utile dans un arbre de probabilités pour calculer une probabilité le long d'un chemin.

Comment calculer une probabilité terminale ES ?

Dans un arbre de probabilités, une probabilité terminale se calcule en multipliant les probabilités inscrites sur les branches d'un même chemin. Par exemple, pour le chemin A puis B, on calcule P(A cap B)=P(A)× P_(A)(B). Chaque extrémité de l'arbre correspond à un événement complet.

Comment calculer P S ?

Pour calculer $P(S)$, repère d'abord tous les chemins de l'arbre qui se terminent par l'événement S. Calcule la probabilité de chaque chemin en multipliant les branches. Additionne ensuite ces probabilités. C'est la formule des probabilités totales : P(S)=P(Acap S)+P(overlineAcap S) dans le cas de deux branches principales.

Quels sont les formules de probabilité ?

Les formules principales sont : P(A)=fractextcas favorablestextcas possibles, P(overlineA)=1-P(A), P(Acap B)=P(A)× P_(A)(B), et P(Acup B)=P(A)+P(B)-P(Acap B). Pour une probabilité totale, on additionne les probabilités des chemins qui mènent au même événement final.

Comment calculer la probabilité totale ?

Pour calculer une probabilité totale, cherche tous les cas possibles qui mènent au même événement final. Dans un arbre, calcule chaque chemin en multipliant les probabilités des branches, puis additionne les résultats. Par exemple : P(S)=P(A)× P_(A)(S)+P(B)× P_(B)(S) si A et B forment deux cas séparés.

Comment calculer P A ou B ?

Quand Faut-il utiliser la formule des probabilités totales ?

L'essentiel à retenir

Comment reconnaître une partition dans un exercice de probabilités ? — Des événements forment une partition lorsqu'ils sont incompatibles deux à deux et que leur réunion couvre tout l'univers. En pratique, les cas comme A et overlineA forment toujours une partition.
Pourquoi multiplie-t-on les probabilités sur une branche ? — On multiplie sur une branche parce qu'on calcule une intersection : un premier événement se

produit, puis un second arrive sachant le premier. Cela correspond à la formule P(Acap B)=P(A)P_(A)(B).
Pourquoi additionne-t-on plusieurs branches dans la formule des probabilités totales ? — On additionne les branches parce qu'elles représentent des chemins incompatibles qui mènent au même événement final. Chaque chemin donne une partie de la probabilité totale.
Quelle est la différence entre P_(A)(B) et P(Acap B) ? — P_(A)(B) est la probabilité de B sachant que A est déjà réalisé. P(Acap B) est la probabilité que A et B se réalisent ensemble.

Pour réussir, commence par repérer la partition, lis les probabilités conditionnelles sur l'arbre, multiplie le long de chaque chemin, puis additionne les chemins qui conduisent à l'événement demandé. Écris toujours la formule avant le calcul : cela évite les oublis de branches. Termine les exercices dans l'ordre, corrigé chaque réponse, puis clique sur « Télécharger le PDF » pour t'entraîner sur une version imprimable et sur « Voir la correction » pour vérifier ton raisonnement.

Mis à jour le juin 2026