Maths collège

Comment utiliser la formule des probabilités totales en première

Comprends la formule des probabilités totales avec un rappel clair, des exercices progressifs, leur correction détaillée et un PDF à imprimer.

Cours de mathématiques niveau

Prénom : ____________________ **Date :** ____ / ____ / ______ **Version imprimable**

La formule des probabilités totales calcule la probabilité d'un événement en additionnant les probabilités des cas incompatibles qui y conduisent. Si A1, A2,..., An forment une partition, alors P(B)=Σ P(Ai)P(B|Ai) ; on l'utilise surtout pour lire un arbre pondéré ou comparer plusieurs sous-populations.

Sur un arbre pondéré, le même événement peut apparaître au bout de plusieurs branches, et c'est là que beaucoup d'élèves se trompent. Pour trouver la bonne probabilité, repère d'abord des cas qui ne se recouvrent pas et qui couvrent toute la situation. Ensuite, calcule chaque chemin avec la règle du produit, puis additionne les résultats obtenus pour l'événement cherché. Si tu confonds encore “probabilité conditionnelle” et “probabilité totale”, travaille sur des exemples simples : machine A ou B, trajet en bus ou à pied, test positif selon deux groupes. Tu verras vite quand additionner et quand multiplier.

Points clés

Comment reconnaître une partition d'événements dans un exercice ? — Une partition regroupe des cas incompatibles deux à deux et dont la réunion couvre toute la situation. Si un cas manque ou si deux cas se chevauchent, la formule ne s'applique pas directement.

Quelle différence entre $P(B)$, $P(B|A)$ et P(A cap B) ? — $P(B)$ est la probabilité globale de B, $P(B|A)$ est la probabilité de B quand A est déjà réalisé, et P(A cap B) mesure la réalisation simultanée de A et B.

Comment lire un arbre pondéré sans se tromper ? — On multiplie les probabilités le long d'un chemin complet, puis on additionne les chemins qui donnent l'événement demandé. C'est le réflexe central à installer dès les premiers exercices.

Peut-on utiliser la formule des probabilités totales avec trois cas ou plus ? — Oui. La formule fonctionne avec n’importe quel nombre de cas, tant qu’ils forment une partition complète de la situation étudiée.

Objectif, prérequis et énoncé

Niveau : **Première** Cycle : **cycle terminal** Matière : **mathématiques** Domaine : **probabilités**

Tu n’as pas besoin d’un long cours pour démarrer. La **formule des probabilités totales** sert à trouver une même probabilité en réunissant plusieurs cas ; elle devient très claire dès que tu lis un arbre pondéré et que tu repères une **partition**. *Version rapide* : tu découpes tout en cas séparés, puis tu additionnes les probabilités obtenues. C’est la bonne méthode quand plusieurs chemins mènent au même événement. **PDF à imprimer**, calcul posé, correction lisible : tout commence ici.

Télécharger le PDF Voir la correction

Prénom : ______ Date : ______

Je sais repérer une partition, lire un arbre pondéré et calculer une probabilité totale. Prérequis : connaître un **événement** ; comprendre la **probabilité conditionnelle** ; utiliser le produit sur un chemin. Dans la théorie des probabilités, des cas *incompatibles* ne peuvent pas se produire en même temps, et des cas *exhaustifs* couvrent toute la situation ; on parle aussi de **système complet d’événements**. Si A_1, A_2, ldots, A_n forment une partition, alors $P(B) = sum_i = 1^n P(A_i) P(B mid A_i).$ Autrement dit, tu calcules la part de B dans chaque cas, puis tu additionnes.

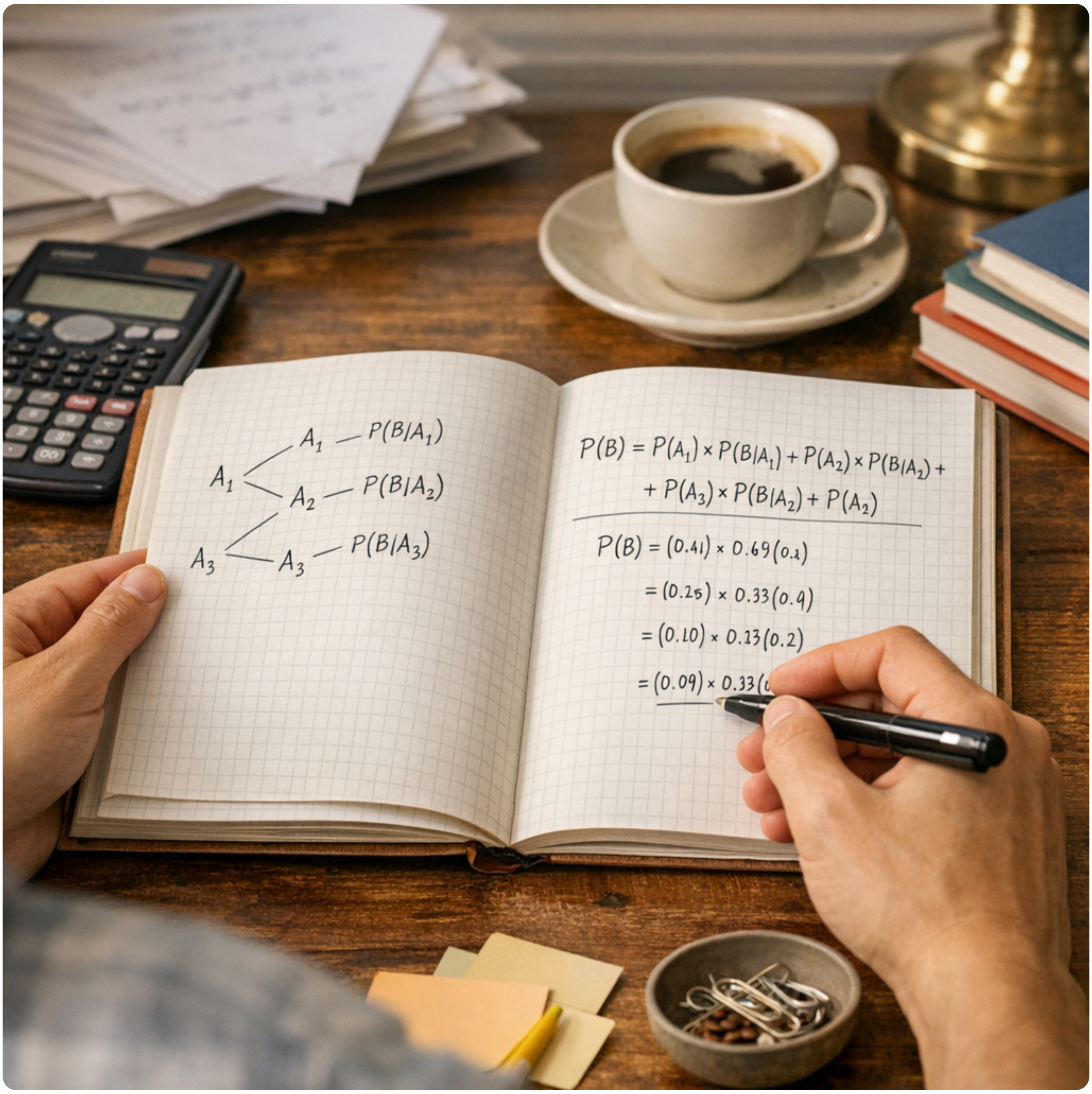
Ce qu'il faut savoir : vocabulaire, notations et arbre pondéré

Pour appliquer la **formule des probabilités totales** sans te tromper, distingue bien **événement**, **intersection**, **union** et **probabilité conditionnelle**. L’*arbre pondéré* sert à lire des chemins : on **multiplie** sur une branche, puis on **additionne** les branches favorables qui mènent au même résultat.

Un **événement** est un résultat ou un groupe de résultats. Une **partition** est une famille d’événements incompatibles deux à deux et **exhaustifs** : un seul peut arriver, mais l’un d’eux arrive forcément. La **probabilité conditionnelle** P(Bmid A) signifie « probabilité de B si A est réalisé ». L’**intersection** A cap B veut dire « A et B en même temps ». L’**union** A cup B veut dire « A ou B, ou les deux ». Attention : la probabilité union n’est pas toujours une simple somme.

Notation	Lecture	Sens	Erreur fréquente
$P(A)$	probabilité de A	A arrive	la confondre avec P(Bmid A)
P(Bmid A)	probabilité de B sachant A	on se place dans le cas A	oublier la condition
P(A cap B)	probabilité de A et B	même chemin dans l’arbre	additionner au lieu de multiplier
P(A cup B)	probabilité de A ou B	au moins un des deux	écrire $P(A)+P(B)$ sans retirer P(A cap B)

Appliquer la formule des probabilités totales - Première/Terminale — Yvan Monka



Méthode pas à pas pour calculer une probabilité totale

70% d’une production vient d’une machine A. En Première maths, la *méthode* reste la même : repère les cas, vérifie la *partition*, multiplie chaque chemin, puis additionne. Sur un **arbre de probabilité**, ou dans un tableau, tu peux **calculer une probabilité totale** vite et proprement.

1. Repère les cas possibles : A, B, ou davantage.
2. Vérifie qu’ils forment une partition : un seul cas à la fois, et tous les cas sont couverts.

3. Calcule chaque chemin par une multiplication, par exemple P(Acap D)=P(A)times P_A(D).
4. Additionne les chemins qui mènent à l'événement cherché.

Exemple résolu 1. A fabrique 70% des pièces et B 30%. Le taux de défaut vaut 2% chez A et 5% chez B. $P(D)=0,7times0,02+0,3times0,05=0,029.$ Donc $P(D)=2{,}9\,\%$. Chaque branche donne sa part de pièces défectueuses, puis on additionne.

Exemple résolu 2. On choisit un dé normal avec 0,5, un dé truqué avec 0,3 ou un autre dé truqué avec 0,2. Les probabilités d'obtenir 6 sont frac16, frac13 et frac12.

$$P(6)=0{,}5\times\frac{1}{6}+0{,}3\times\frac{1}{3}+0{,}2\times\frac{1}{2}=\frac{17}{60}.$$

Même idée, trois cas. En *théorie des probabilités*, ce découpage aide aussi à comprendre **Monty Hall**.

Exercices progressifs à imprimer

Rappel. Si B_1,dots, B_n forment une partition de Omega, la **probabilité totale** s'écrit $P(A)=sum_i=1^n P(B_i)P(AmidB_i).$ Sur un **arbre pondéré**, multiplie sur chaque branche menant à A, puis additionne. En *Première*, suis la **progression** : repère, complète, calcule, justifie.

Exercice 1

Complète : ☐ B_1cap B_2=varnothing ☐ B_1cup B_2=Omega ☐ B_1=B_2

Exercice 2

Complète : P(A)=P(B)P(Amid B)+dotstimesdots

Exercice 3

Recopie puis complète : $P(B)=0,4$, P(bar B)=0,6, P(Amid B)=0,7, P(Amid bar B)=0,2. Alors P(Acap B)=dots et P(Acap bar B)=dots

Exercice 4

Calcule : P(A)=dots

Exercice 5

Calcule $P(A)$.

B_1	B_2	B_3
P(B_1)=0,2 P(Amid B_1)=0,1	P(B_2)=0,5 P(Amid B_2)=0,6	P(B_3)=0,3 P(Amid B_3)=0,8

Exercice 6 □□

Justifie puis calcule : 60% vont en bus, 40% à vélo. En retard : 0,10 en bus, 0,04 à vélo. P(R)=dots

Exercice 7 □□□

Choisis la bonne écriture de $P(A)$: ☐ P(Acup B) ☐ $P(B)+P(A)$ ☐ P(B)P(Amid B)+P(bar B)P(Amid bar B)

Exercice 8 □□□

Défi bonus : trouve x si $P(B)=0,2$, P(Amid bar B)=0,4, P(Amid B)=x et $P(A)=0,5$.

Continue sur maths-college.fr

Maths collège - Document pédagogique