



Comment utiliser la formule des probabilités totales en première

Comprends la formule des probabilités totales avec un rappel clair, des exercices progressifs, leur correction détaillée et un PDF à imprimer.

Cours de mathématiques niveau

Prénom : _____

Date : ___ / ___ / ___

Version imprimable

La formule des probabilités totales calcule la probabilité d'un événement en additionnant les probabilités des cas incompatibles qui y conduisent. Si A_1, A_2, \dots, A_n forment une partition, alors $P(B) = \sum P(A_i)P(B|A_i)$; on l'utilise surtout pour lire un arbre pondéré ou comparer plusieurs sous-populations.

Sur un arbre pondéré, le même événement peut apparaître au bout de plusieurs branches, et c'est là que beaucoup d'élèves se trompent. Pour trouver la bonne probabilité, repère d'abord des cas qui ne se recouvrent pas et qui couvrent toute la situation. Ensuite, calcule chaque chemin avec la règle du produit, puis additionne les résultats obtenus pour l'événement cherché. Si tu confonds encore "probabilité conditionnelle" et "probabilité totale", travaille sur des exemples simples : machine A ou B, trajet en bus ou à pied, test positif selon deux groupes. Tu verras vite quand additionner et quand multiplier.

Points clés

Comment reconnaître une partition d'événements dans un exercice ? —

Une partition regroupe des cas incompatibles deux à deux et dont la réunion couvre toute la situation. Si un cas manque ou si deux cas se chevauchent, la formule ne s'applique pas directement.

Quelle différence entre $P(B)$, $P(B|A)$ et $P(A \text{ cap } B)$? —

$P(B)$ est la probabilité globale de B, $P(B|A)$ est la probabilité de B quand A est déjà réalisé, et $P(A \text{ cap } B)$ mesure la réalisation simultanée de A et B.

Comment lire un arbre pondéré sans se tromper ? — On multiplie les probabilités le long d'un chemin complet, puis on additionne les chemins qui donnent l'événement demandé. C'est le réflexe central à installer dès les premiers exercices.

Peut-on utiliser la formule des probabilités totales avec trois cas ou plus ?

— Oui. La formule fonctionne avec n'importe quel nombre de cas, tant qu'ils forment une partition complète de la situation étudiée.

Objectif, prérequis et énoncé

Niveau : **Première** Cycle : **cycle terminal** Matière : **mathématiques** Domaine : **probabilités**

Tu n'as pas besoin d'un long cours pour démarrer. La **formule des probabilités totales** sert à trouver une même probabilité en réunissant plusieurs cas ; elle devient très claire dès que tu lis un arbre pondéré et que tu repères une **partition**. *Version rapide* : tu découpes tout en cas séparés, puis tu additionnes les probabilités obtenues. C'est la bonne méthode quand plusieurs chemins mènent au même événement. **PDF à imprimer**, calcul posé, correction lisible : tout commence ici.

Télécharger le PDF Voir la correction

Prénom : _____ Date : _____

Je sais repérer une partition, lire un arbre pondéré et calculer une probabilité totale. Prérequis : connaître un **événement** ; comprendre la **probabilité conditionnelle** ; utiliser le produit sur un chemin. Dans la théorie des probabilités, des cas *incompatibles* ne peuvent pas se produire en même temps, et des cas *exhaustifs* couvrent toute la situation ; on parle aussi de **système complet d'événements**. Si A_1, A_2, \dots, A_n forment une partition, alors $P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)$. Autrement dit, tu calcules la part de $P(B|A_i)$ dans chaque cas, puis tu additionnes.

Ce qu'il faut savoir : vocabulaire, notations et arbre pondéré

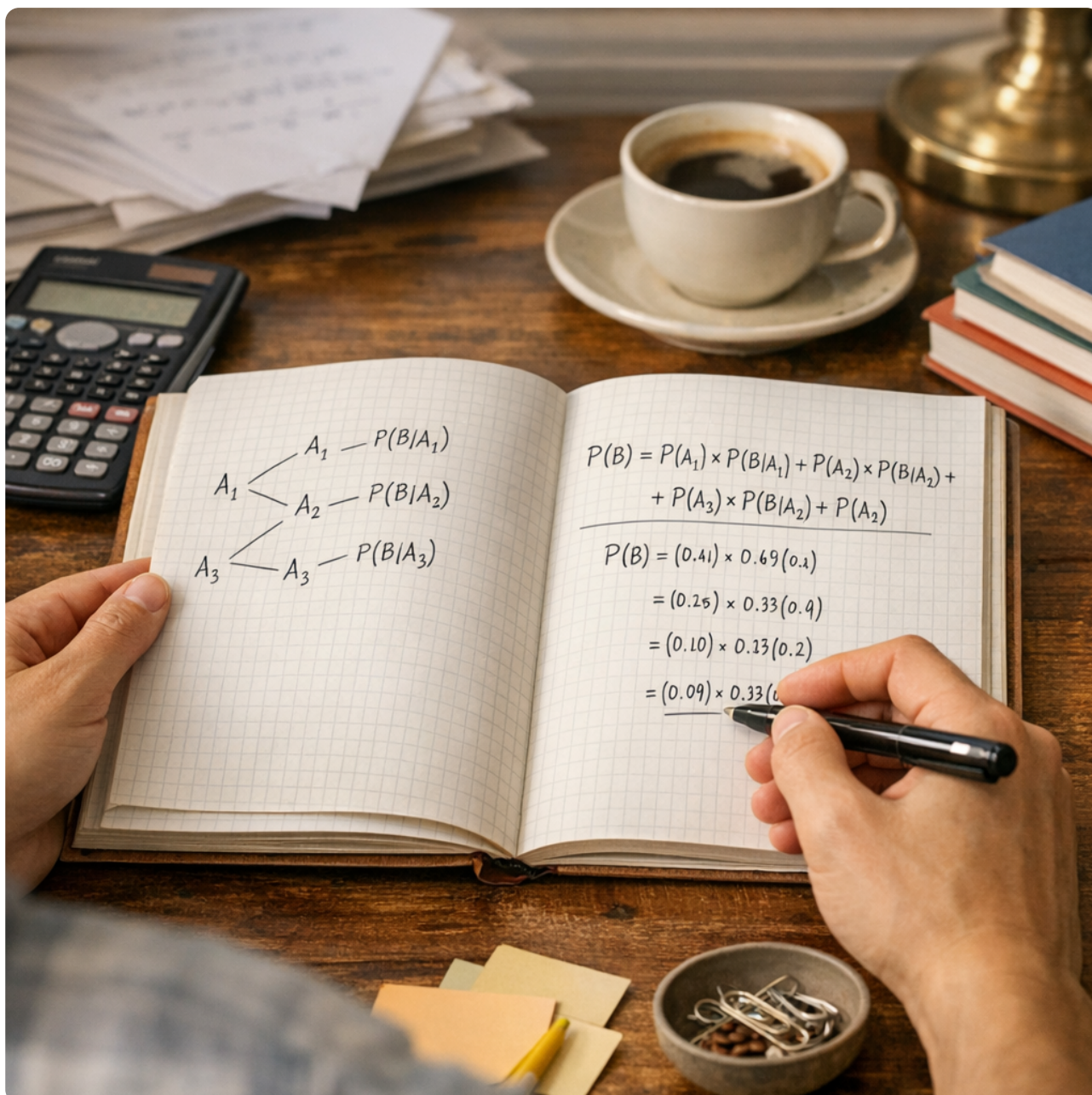
Pour appliquer la **formule des probabilités totales** sans te tromper, distingue bien **événement**, **intersection**, **union** et **probabilité conditionnelle**. L'*arbre pondéré* sert à lire des chemins : on **multiplie** sur une branche, puis on **additionne** les branches favorables qui mènent au même résultat.

Un **événement** est un résultat ou un groupe de résultats. Une **partition** est une famille d'événements incompatibles deux à deux et **exhaustifs** : un seul peut

arriver, mais l'un d'eux arrive forcément. La **probabilité conditionnelle** $P(B \mid A)$ signifie « probabilité de B si A est réalisé ». L'**intersection** $A \cap B$ veut dire « A et B en même temps ». L'**union** $A \cup B$ veut dire « A ou B , ou les deux ». Attention : la probabilité union n'est pas toujours une simple somme.

Notation	Lecture	Sens	Erreur fréquente
$P(A)$	probabilité de A	A arrive	la confondre avec $P(B \mid A)$
$P(B \mid A)$	probabilité de B sachant A	on se place dans le cas A	oublier la condition
$P(A \cap B)$	probabilité de A et B	même chemin dans l'arbre	additionner au lieu de multiplier
$P(A \cup B)$	probabilité de A ou B	au moins un des deux	écrire $P(A) + P(B)$ sans retirer $P(A \cap B)$

Appliquer la formule des probabilités totales - Première/Terminale — Yvan Monka



Méthode pas à pas pour calculer une probabilité totale

70% d'une production vient d'une machine A. En Première maths, la *méthode* reste la même : repère les cas, vérifie la *partition*, multiplie chaque chemin, puis additionne. Sur un **arbre de probabilité**, ou dans un tableau, tu peux **calculer une probabilité totale** vite et proprement.

1. Repère les cas possibles : A, B, ou davantage.
2. Vérifie qu'ils forment une partition : un seul cas à la fois, et tous les cas sont couverts.

3. Calcule chaque chemin par une multiplication, par exemple $P(A \cap D) = P(A) \times P_A(D)$.
4. Additionne les chemins qui mènent à l'événement cherché.

Exemple résolu 1. A fabrique 70% des pièces et B 30%. Le taux de défaut vaut 2% chez A et 5% chez B. $P(D) = 0,7 \times 0,02 + 0,3 \times 0,05 = 0,029$. Donc $P(D) = 2,9\%$. Chaque branche donne sa part de pièces défectueuses, puis on additionne.

Exemple résolu 2. On choisit un dé normal avec 0,5, un dé truqué avec 0,3 ou un autre dé truqué avec 0,2. Les probabilités d'obtenir 6 sont $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{2}$.

$$P(6) = 0,5 \times \frac{1}{6} + 0,3 \times \frac{1}{3} + 0,2 \times \frac{1}{2} = \frac{17}{60}.$$

Même idée, trois cas. En *théorie des probabilités*, ce découpage aide aussi à comprendre **Monty Hall**.

Exercices progressifs à imprimer

Rappel. Si B_1, \dots, B_n forment une partition de Ω , la **probabilité totale** s'écrit $P(A) = \sum_{i=1}^n P(B_i)P(A|B_i)$. Sur un **arbre pondéré**, multiplie sur chaque branche menant à A , puis additionne. En *Première*, suis la **progression** : repère, complète, calcule, justifie.

Exercice 1

Complète : $B_1 \cap B_2 = \text{varnothing}$ $B_1 \cup B_2 = \Omega$ $B_1 = B_2$

Voir le corrigé

Réponse : coche les deux premières cases. Une partition couvre tout, sans recouvrement.

Exercice 2

Complète : $P(A) = P(B)P(A|B) + \dots$

Voir le corrigé

$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$. Il manque l'autre branche.

Exercice 3

Recopie puis complète : $P(B) = 0,4$, $P(\bar{B}) = 0,6$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,2$. Alors $P(A|B) = \dots$ et $P(A|\bar{B}) = \dots$

Voir le corrigé

0,28 et 0,12. On multiplie le long de chaque branche.

Exercice 4

Calcule : $P(A) = \dots$

Voir le corrigé

$P(A) = 0,28 + 0,12 = 0,40$. On additionne les branches qui mènent à A .

Exercice 5

Calcule $P(A)$.

B_1	B_2	B_3
$P(B_1) = 0,2$	$P(B_2) = 0,5$	$P(B_3) = 0,3$
$P(A B_1) = 0,1$	$P(A B_2) = 0,6$	$P(A B_3) = 0,8$

Voir le corrigé

$P(A) = 0,2 \times 0,1 + 0,5 \times 0,6 + 0,3 \times 0,8 = 0,56$. Trois branches, donc trois produits.

Exercice 6

Justifie puis calcule : 60% vont en bus, 40% à vélo. En retard : 0,10 en bus, 0,04 à vélo. $P(R) = \dots$

Voir le corrigé

$P(R) = 0,6 \times 0,10 + 0,4 \times 0,04 = 0,076$. La partition est bus/vélo.

Exercice 7 □□□

Choisis la bonne écriture de $P(A)$: $P(A \cup B)$ $P(B) + P(A)$
 $P(B)P(A \mid B) + P(\bar{B})P(A \mid \bar{B})$

Voir le corrigé

Troisième case. Les deux autres confondent union et probabilité totale.

Exercice 8 □□□

Défi bonus : trouve x si $P(B) = 0,2$, $P(A \mid \bar{B}) = 0,4$, $P(A \mid B) = x$ et $P(A) = 0,5$.

Voir le corrigé

0,5 = 0,2x + 0,8times0,4, donc $x = 0,9$. Tu isolés l'inconnue.

Correction détaillée et à retenir

Corrige avec trois gestes simples : repère une **partition complète**, multiplie les probabilités le long d'un chemin, puis additionne seulement les chemins qui réalisent l'événement demandé. C'est la base. Si un arbre est mal lu ou si les cas ne couvrent pas tout, la **correction détaillée** devient fausse, même avec un calcul juste.

Exercice 1 — $P(B) = 0,38$. Tu calcules $0,3 \times 0,8 + 0,7 \times 0,2$.

Exercice 2 — A **et overlineA**. Ces deux événements sont incompatibles et couvrent tous les cas.

Exercice 3 — $P(B) = 0,29$. Tu additionnes $P(A_1)P(B \mid A_1) + P(A_2)P(B \mid A_2) + P(A_3)P(B \mid A_3)$.

Exercice 4 — **P(overlineB) = 0,62**. Tu utilises le complémentaire : $1 - 0,38$.

Exercice 5 — **P(Acup B) = P(A) + P(B) - P(Acap B)**. Une **probabilité union** n'est pas une probabilité totale.

Exercice 6 — **Faux**. Additionner des conditionnelles seules, comme $P(B \mid A) + P(B \mid \overline{A})$, fait partie des **erreurs fréquentes**.

Exercice 7 — $x = 0,925$. Tu résous l'équation $0,5 = 0,2 \times 0,8 + 0,8 \times x$.

Exercice 8 — **P(Amid B)=frac1219**. C'est une ouverture vers le *théorème de Bayes*, donc vers la **formule de Bayes**.

À retenir

$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)$ si (A_1, \dots, A_n) forme une partition. Cas simple : $P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})$.

Vérifie toujours la partition, n'additionne jamais des conditionnelles brutes, et ne confonds pas $P(A \cup B)$ avec une probabilité totale.

URL canonique validée : _____ · Ressources liées vérifiées : _____ · Branding discret : _____

Pour réussir, garde toujours le même réflexe : écrire la partition, calculer les produits sur chaque branche utile, puis additionner. Dès qu'un événement peut arriver par plusieurs chemins exclusifs, pense aux probabilités totales. Refais les exemples sans regarder la solution, puis enchaîne avec les exercices du plus simple au plus délicat. Si une erreur apparaît, vérifie d'abord le choix des cas et la lecture de la probabilité conditionnelle.

Dernière mise à jour : 15.06.2026

[Continue sur maths-college.fr](https://maths-college.fr)

Maths collège - Document pédagogique