Maths collège

# Formule suite arithmétique : comprendre et calculer facilement

Formule suite arithmétique : définition, calcul de la raison, choix entre u0 et u1, exemples simples et erreurs à éviter.

Cours de mathématiques niveau

**La formule d'une suite arithmétique permet de calculer n'importe quel terme en ajoutant toujours la même raison d'un terme au suivant. Si le terme initial est u0, alors un = u0 + n×r ; si le terme initial est u1, alors un = u1 + (n-1)×r.**

Tu hésites entre u0 et u1 au moment d'appliquer la formule ? C'est exactement l'erreur la plus fréquente quand on travaille sur une suite arithmétique. Pourtant, l'idée de base est très simple : on avance toujours du même pas. Quand on a bien repéré le terme de départ et la raison, les calculs deviennent beaucoup plus clairs. Que tu sois élève de 4e ou de 3e, parent en train d'aider pour les devoirs, ou enseignant cherchant une explication nette, le plus utile est d'adopter un réflexe : identifier l'indice, puis choisir la bonne formule sans se tromper.

## En bref : les réponses rapides

**Quelle différence entre une suite arithmétique et une suite géométrique ?** — Dans une suite arithmétique, on ajoute toujours le même nombre. Dans une suite géométrique, on multiplie toujours par le même nombre.

**Comment calculer la raison d'une suite arithmétique avec deux termes connus ?** — On soustrait les deux termes puis on divise par l'écart entre leurs indices : r = (ub - ua) / (b - a). Cette méthode évite de reconstituer toute la suite.

**Comment éviter l'erreur entre u0 et u1 ?** — Il faut vérifier l'indice du premier terme donné dans l'énoncé. Ensuite, on teste la formule avec ce premier indice pour voir si elle redonne bien le bon terme.

**Peut-on utiliser la formule de somme si on ne connaît pas tous les termes ?** — Oui, à condition de connaître le premier terme, le dernier terme et le nombre de termes. La formule évite justement de tout additionner un à un.

# Définition, formule suite arithmétique et premiers réflexes à connaître

Une **suite arithmétique** est une suite où l'on ajoute toujours le même nombre pour passer d'un terme au suivant. Ce nombre s'appelle la **raison**. La formule dépend du terme de départ choisi, souvent $u_0$ ou $u_1$ : repérer l'indice dès le départ évite la plupart des erreurs de calcul.

La **définition suite arithmétique** se comprend très bien au collège avec une idée simple : on avance de terme en terme en ajoutant toujours la même quantité. Si cette quantité vaut $r$, alors on écrit la relation de récurrence $u_{n+1} = u_n + r$, pour tout entier naturel $n$. La **raison suite arithmétique** peut être positive, négative ou nulle. Si $r>0$, la suite est croissante ; si $r<0$, elle est décroissante ; si $r = 0$, elle est constante. Ce **sens de variation** se lit donc immédiatement sur le signe de la raison, ce qui est très pratique dans les exercices. Les notations changent un peu selon les manuels : on rencontre $u_n$, parfois $u(n)$, mais l'idée reste la même. Chaque écriture désigne le terme de rang $n$, avec $n$ dans les **entiers naturels**.

À côté de la récurrence, on utilise souvent une **formule explicite**, c'est-à-dire une formule qui donne directement le terme cherché sans calculer tous les précédents. C'est là qu'interviennent $u_0$ et $u_1$. Si le premier terme connu est $u_0$, alors le **terme général** s'écrit

$$u_n = u_0 + nr.$$

Si le premier terme connu est $u_1$, alors on écrit

$$u_n = u_1 + (n-1)r.$$

La différence entre ces deux formules est petite en apparence, mais elle change tout. Par conséquent, avant de remplacer les valeurs, il faut vérifier le rang du terme de départ. Une erreur fréquente consiste à utiliser $u_0$ comme si c'était $u_1$, ou l'inverse, ce qui décale toute la suite d'une unité.

Prenons deux exemples très simples. La suite définie par $u_0 = 3$ et $r = 2$ est arithmétique : $3$, $5$, $7$, $9$… Elle est croissante, car on ajoute toujours $2$, et son **terme général** est $u_n = 3 + 2n$. En revanche, si $u_1 = 10$ et $r = -3$, on obtient $10$, $7$, $4$, $1$… La suite est décroissante, car on retire $3$ à chaque étape, et la **formule explicite** devient $u_n = 10 + (n-1) \times (-3)$. Ces écritures servent tout de suite en pratique : trouver un terme lointain, vérifier si une liste de nombres suit une règle régulière, ou modéliser une situation simple, comme une tirelire qui gagne chaque semaine la même somme, ou une batterie qui perd chaque jour la même quantité d’énergie.

### La formule selon que l’on connaît $u_0$ ou $u_1$

Pour une **suite arithmétique**, la formule dépend seulement de l’**indice** du premier terme connu. Si la suite commence à l’indice $0$, on écrit $u_n = u_0 + n \times r$. Si elle commence à l’indice $1$, on écrit $u_n = u_1 + (n-1) \times r$. C’est simple. L’erreur classique consiste à garder $u_1$ puis à utiliser la formule de $u_0$, ou l’inverse ; on décale alors tous les termes d’un rang. Le bon réflexe est visuel : remplace $n$ par l’indice du premier terme. Si tu pars de $u_0$, avec $n = 0$, tu dois retrouver $u_0$ : $u_0 = u_0 + 0 \times r$. Si tu pars de $u_1$, avec $n = 1$, tu dois retrouver $u_1$ : $u_1 = u_1 + (1-1) \times r$. *Ce mini-test évite presque toutes les erreurs.* Par conséquent, avant de calculer, regarde toujours si la suite démarre à $0$ ou à $1$. **C’est ce choix** qui fixe la **formule**, pas l’habitude.

*Déterminer l'expression générale d'une suite arithmétique - Première — Yvan Monka*

## Quelle formule utiliser selon les données de départ ? La méthode de décision la plus utile

Pour savoir **quelle formule utiliser** avec une **suite arithmétique**, il faut repérer ce que l’énoncé donne vraiment : un terme de départ et la **raison**, deux termes, ou une situation concrète. Ensuite, on calcule $r$ si besoin, on choisit la **formule explicite** ou la **récurrence**, puis on vérifie le bon **indice**, souvent $u_0$ ou $u_1$.

Cas le plus simple : on connaît $u_0$ ou $u_1$ et la raison $r$. Là, pour **comment calculer une suite arithmétique**, la décision est immédiate. Si l’énoncé dit : *“la suite commence à $u_0 = 5$ et augmente de $3$ à chaque rang”*, on écrit la récurrence $u_{n+1} = u_n + 3$ et la formule explicite

$$u_n = u_0 + nr = 5 + 3n.$$

Si l’énoncé part de $u_1$, la formule change légèrement :

$$u_n = u_1 + (n-1)r.$$

C’est le piège classique. Très fréquent. Avec $u_1 = 5$ et $r = 3$, on obtient $u_4 = 5 + (4-1) \times 3 = 14$, alors qu’avec $u_0 = 5$, on aurait $u_4 = 17$. Même nombres, résultat différent, car l’**indice** de départ n’est pas le même. Si vous vous demandez **comment trouver** $u_1$ **d’une suite arithmétique**, partez de la relation $u_1=u_0+r$ quand $u_0$ est connu.

Deuxième cas : on connaît deux termes. Il faut alors **calculer la raison d’une suite arithmétique**. La bonne idée est de diviser l’écart des termes par l’écart des indices : $r=\frac{u_{p}-u_{n}}{p-n}$. Exemple : $u_{3}=11$ et $u_{7}=23$. Alors

$$r=\frac{23-11}{7-3}=\frac{12}{4}=3.$$

Ensuite, on revient à une formule classique. Avec $u_{3}=11$, on écrit

$$u_n=u_3+(n-3)r=11+3(n-3).$$

Cette méthode répond directement à la question **comment trouver la formule d’une suite** quand aucun terme initial n’est donné. Si on cherche ensuite un terme précis, par exemple $u_{10}$, on remplace simplement $n$ par $10$. Rapide et sûr. Troisième cas : l’énoncé est une phrase concrète, du type “un abonnement coûte 20 € au départ puis augmente de 4 € chaque année”. Le premier nombre devient le terme initial, l’augmentation constante devient la raison, et le mot *chaque* signale souvent une suite arithmétique.

Dernier tri utile : si on vous demande de vérifier qu’une suite est arithmétique, regardez si la différence entre deux termes consécutifs est constante :

$$u_{n+1}-u_n=r.$$

Si cette différence change, ce n’est pas une suite arithmétique. Avec une formule donnée, testez aussi la forme : si elle ressemble à $u_n=an+b$, elle est arithmétique de raison $a$. La méthode de décision tient donc en une ligne : **terme initial + raison**, ou bien **deux termes pour trouver** $r$, ou bien **traduction d’un problème concret**, puis calcul du terme demandé. C’est simple. Et très efficace. Pour aller plus loin, vous pouvez enchaîner avec *comment trouver* $u_1$ *d’une suite arithmétique* si l’énoncé démarre à $u_0$, puis avec *comment trouver la formule d’une suite* à partir de plusieurs informations mélangées.

## Méthode express en 4 étapes pour ne pas se tromper

Pour aller vite, suis toujours la même routine : **repère l’indice** du premier terme, **trouve la raison** $r$, choisis la formule adaptée, puis **contrôle** avec un terme connu. Si la suite commence à $u_0$, on écrit $u_n=u_0+nr$ ; si elle commence à $u_1$, on écrit $u_n=u_1+(n-1)r$. Ce réflexe évite l’erreur classique sur $u_0$ et $u_1$, très fréquente au brevet.

Ensuite, regarde les données. Si la raison est donnée, garde-la. Sinon, calcule-la avec deux termes consécutifs : $r=u_{n+1}-u_n$. Si les termes ne sont pas consécutifs, utilise $r=\frac{u_{p}-u_{n}}{p-n}$. Puis remplace dans la bonne formule, *compatible avec l'indice de départ*. Dernier test, décisif néanmoins : recalcule un terme déjà connu. Si tu ne retrouves pas la valeur annoncée, l'erreur vient souvent de l'indice ou du signe de $r$. C'est une méthode de révision **courte**, mais très **fiable** en devoir surveillé.

## Reconnaître une suite arithmétique sans piège : comparaison avec la suite géométrique et erreurs fréquentes

Pour **comment savoir si une suite est arithmétique**, il faut vérifier que la **différence** entre deux termes consécutifs reste constante : $u_{n+1}-u_n=r$. Si c'est le **quotient** $\frac{u_{n+1}}{u_{n}}$ qui reste constant, on a une **suite géométrique**. Les pièges viennent surtout des indices $u_0/u_1$, d'un calcul mal posé, ou d'une régularité seulement apparente.

La méthode fiable tient en trois tests simples, mais il faut les appliquer sans approximation. On calcule d'abord plusieurs écarts successifs, par exemple $u_1-u_0$, puis $u_2-u_1$, puis $u_3-u_2$. Si tous valent le même nombre, la suite est arithmétique et ce nombre est la **raison** $r$. En revanche, si les écarts changent, la suite n'est pas arithmétique, même si elle "augmente presque pareil". Une suite comme $2,5,9,14$ donne des différences $3,4,5$ : elle croît, mais elle n'est pas arithmétique. Deuxième test : si on hésite avec une **suite géométrique**, on regarde les quotients, à condition que les termes ne soient pas nuls. Enfin, si la suite est donnée par une expression, par exemple $u_n=3+5n$, il faut reconnaître une forme affine : le coefficient de $n$ est constant, donc la suite est arithmétique de raison $5$. Cette lecture évite beaucoup d'erreurs de classement dans les **suites arithmétiques et géométriques**.

| Type de suite | Opération à faire | Formule | Exemple | Cas pièges |
|---|---|---|---|---|
| Suite arithmétique | Comparer les différences | $u_{n+1}-u_n=r$ et $u_n=u_0+nr$ ou $u_n=u_1+(n-1)r$ | $4,7,10,13$ donc $r=3$ | Confondre $u_0$ et $u_1$ ; croire qu'une hausse irrégulière suffit |
| | | $\frac{u_{n+1}}{u_{n}}=q$ et | | Utiliser la **formule suite** |

| Type de suite | Opération à faire | Formule | Exemple | Cas pièges |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Suite géométrique | Comparer les quotients | $u_n = u_0 \times q^n$ ou $u_n = u_1 \times q^{n-1}$ | $3, 6, 12, 24$ donc $q = 2$ | **géométrique** sur une suite additive ; quotient impossible si un terme vaut $0$ |

Les erreurs fréquentes sont plus subtiles qu'elles n'en ont l'air. La plus classique concerne l'indice de départ : avec $u_0 = 2$ et $r = 4$, on obtient $u_3 = 2 + 3 \times 4 = 14$, alors qu'avec $u_1 = 2$ et la même raison, $u_3 = 2 + (3-1) \times 4 = 10$. Même formule d'idée, résultat différent. Autre confusion : mélanger différence et quotient, surtout quand les nombres doublent presque. Une suite peut aussi être croissante sans être arithmétique ; le **sens de variation** ne suffit donc pas à l'identifier. Enfin, certaines expressions trompent : $u_n = 3 + 5n$ est arithmétique, mais $u_n = 3 \times 5^n$ est géométrique. Ce sont deux écritures régulières, pourtant leur mécanisme n'est pas le même. On rencontre aussi les notions de **limite** ou de convergence, mais elles répondent à une autre question : le comportement lointain de la suite, non sa nature arithmétique ou géométrique.

## Formule de la somme d'une suite arithmétique et problèmes concrets modélisés pas à pas

La **formule somme suite arithmétique** est simple : on multiplie le **nombre de termes** par la moyenne du **premier terme** et du **dernier terme**. Autrement dit, $ $S=\frac{n\left(u_{\text{premier}}+u_{\text{dernier}}\right)}{2}.$$ Pour bien l'utiliser, il faut repérer *exactement* combien de termes on additionne et où commence réellement la somme.

Si vous vous demandez **comment calculer une somme de suite**, gardez une méthode fixe. Une suite arithmétique augmente ou diminue toujours de la même quantité, appelée raison. La somme des termes se calcule donc sans tout additionner un par un. L'idée est élégante : le premier et le dernier terme ont la même moyenne que le deuxième et l'avant-dernier, puis le troisième et l'avant-avant-dernier. On obtient alors la formule

$$S = \frac{\text{nombre de termes} \times (\text{premier terme} + \text{dernier terme})}{2}.$$

Exemple classique : additionner $5+8+11+14+17$. Ici, le **premier terme** vaut $5$, le **dernier terme** vaut $17$, et le **nombre de termes** est $5$. Donc

$$S = \frac{5(5+17)}{2} = \frac{5 \times 22}{2} = 55.$$

Cette écriture évite les erreurs de calcul mental et montre clairement la structure de la suite. En revanche, elle ne fonctionne bien que si la suite est bien arithmétique, c'est-à-dire si l'écart entre deux termes successifs reste constant.

Pour répondre précisément à la question **comment calculer la somme des termes d'une suite arithmétique**, il faut souvent passer par une petite **modélisation**. Prenons un cas du quotidien : Léa met de côté $10$ € la première semaine, puis $3$ € de plus chaque semaine. Les sommes hebdomadaires forment la suite $10$, $13$, $16$, $19$, ... C'est une suite arithmétique de raison $3$. On cherche l'argent économisé en $6$ semaines. Le texte devient donc une somme :

$$10 + 13 + 16 + 19 + 22 + 25.$$

Le premier terme est $10$, le dernier est $25$, et il y a **6 termes**. Ainsi,

$$S = \frac{6(10+25)}{2} = \frac{6 \times 35}{2} = 105.$$

Léa a économisé **105 €**. Le passage utile est toujours le même : lire la situation, écrire les termes, vérifier l'écart constant, puis calculer la somme. Un *calculateur somme suite arithmétique* peut aider à vérifier, mais comprendre ce chemin reste bien plus sûr.

Autre situation concrète : des gradins ont $18$ places au premier rang, puis chaque rangée a $4$ places de plus que la précédente. On veut connaître le nombre total de places sur les **9 premiers rangs**. La suite est donc $18$, $22$, $26$, ... avec une raison de $4$. Pour éviter une faute fréquente, on ne cherche pas seulement la formule du terme général ; on identifie aussi le dernier rang concerné. Le neuvième terme vaut

$$u_9 = 18 + (9-1) \times 4 = 50.$$

La somme totale vaut alors

$$S = \frac{9(18+50)}{2} = \frac{9 \times 68}{2} = 306.$$

Il y a donc **306 places**. Ce type d'énoncé ressemble souvent à un *suite arithmétique exercice corrigé* : on traduit le texte en suite, puis la suite en somme. Si vous cherchez d'autres cas guidés, les exercices corrigés du site prolongent exactement cette méthode, sans changer de logique.

L'erreur la plus fréquente ne vient pas de la formule, mais du **comptage du nombre de termes**. Entre $u_3$ et $u_{10}$, par exemple, on n'a pas $10-3=7$ termes, mais $10-3+1=8$ termes, car on compte aussi les deux bornes. Même piège avec une somme qui commence à $u_0$ : de $u_0$ à $u_{12}$, il y a $13$ termes. Par conséquent, avant tout calcul, posez-vous deux questions : *où commence l'addition ? où finit-elle ?* Ensuite seulement, appliquez $ $S=\frac{n(u_{\text{premier}+u_{\text{dernier}})}{2}.$$ Cette vérification rapide évite la plupart des résultats faux. Elle est plus utile qu'une formule apprise mécaniquement, car elle sécurise toute la démarche, du texte initial jusqu'à la somme des termes.

## Deux situations concrètes du quotidien résolues pas à pas

Une suite arithmétique modélise une quantité qui augmente toujours du **même écart**. Exemple d'épargne : si un élève met **5 €** la première semaine, puis **2 € de plus** chaque semaine que la précédente, les montants forment une suite arithmétique de premier terme $u_1 = 5$ et de raison $r = 2$. La formule explicite est donc $u_n = 5 + (n-1) \times 2$. À la 6e semaine, il verse $u_6 = 5 + 5 \times 2 = 15$. S'il veut connaître la somme économisée en 6 semaines, il calcule $S_6 = \frac{6(5+15)}{2} = 60$. *Attention* : ici, on parle du montant versé chaque semaine, pas du total cumulé.

Autre cas classique : des **gradins** comptent **12 places** au premier rang, puis **3 places de plus** à chaque rang. Le nombre de places par rang suit une suite arithmétique avec $u_1 = 12$ et $r = 3$, donc $u_n = 12 + (n-1) \times 3$. Au 8e rang, on obtient $u_8 = 12 + 7 \times 3 = 33$. Si le gradin a 8 rangs, le nombre total de places vaut $S_8 = \frac{8(12+33)}{2} = 180$. Par conséquent, dès qu'une quantité varie d'un écart constant, cette modélisation devient *pertinente* et très efficace.

## Comment calculer une somme de suite ?

Pour calculer une somme de suite, je commence par identifier le type de suite : arithmétique, géométrique ou autre. Pour une suite arithmétique, j'utilise la formule S = nombre de termes × (premier terme + dernier terme) / 2. Il faut donc connaître le premier terme, le dernier terme et le nombre total de termes.

## Comment calculer la somme des termes d'une suite arithmétique ?

La somme des termes d'une suite arithmétique se calcule avec S_n = n × (u_1 + u_n) / 2. On peut aussi écrire S_n = n × [2u_1 + (n - 1)r] / 2, où r est la raison. Cette formule est pratique quand on connaît le premier terme, la raison et le nombre de termes.

## Comment exprimer une suite arithmétique en fonction de n ?

Pour exprimer une suite arithmétique en fonction de n, j'utilise la formule explicite u_n = u_1 + (n - 1)r, où u_1 est le premier terme et r la raison. Si l'index commence à 0, on écrit plutôt u_n = u_0 + nr. L'idée est simple : on ajoute la raison à chaque rang.

## Comment trouver la formule d'une suite ?

Pour trouver la formule d’une suite, j’observe comment les termes évoluent. Si la différence entre deux termes consécutifs est constante, la suite est arithmétique. Sa formule est alors $u_n = u_1 + (n - 1)r$. Si ce n’est pas le cas, il faut tester une autre logique, comme une suite géométrique ou une relation de récurrence.

## Comment trouver u1 d'une suite arithmétique ?

Pour trouver u1 d’une suite arithmétique, je pars souvent de la formule $u_n = u_1 + (n - 1)r$. Il suffit alors d’isoler $u_1$ : $u_1 = u_n - (n - 1)r$. Si on connaît deux termes de la suite, on peut d’abord calculer la raison, puis retrouver facilement le premier terme.

## Comment calculer une suite arithmétique ?

Pour calculer une suite arithmétique, il faut connaître un terme de départ et la raison r. Ensuite, chaque terme se trouve en ajoutant r au précédent. On peut aussi utiliser la formule directe $u_n = u_1 + (n - 1)r$. Cette méthode permet de trouver rapidement n’importe quel terme sans tous les calculer.

## comment savoir si une suite est arithmétique

Je vérifie si la différence entre deux termes consécutifs est toujours la même. Si $u_{n+1} - u_n = r$ pour tout n, alors la suite est arithmétique. Cette constante r s’appelle la raison. Par exemple, 3, 7, 11, 15 est une suite arithmétique, car on ajoute 4 à chaque fois.

## définition suite arithmétique

Une suite arithmétique est une suite de nombres dans laquelle on passe d’un terme au suivant en ajoutant toujours la même valeur. Cette valeur constante s’appelle la raison. On peut la définir par récurrence avec $u_{n+1} = u_n + r$, ou par sa formule explicite selon le rang n.

Retenir la formule d’une suite arithmétique ne suffit pas : il faut surtout savoir quand utiliser la version avec u0 ou celle avec u1. Pour aller vite et juste, repère d’abord le terme de départ, puis la raison, et vérifie que l’on ajoute toujours le même nombre. Avec ce réflexe, tu éviteras la plupart des erreurs d’indice et tu sauras reconnaître, calculer et modéliser une suite arithmétique dans des exercices très variés.

*Mis à jour le 05 mai 2026*

**Continue sur maths-college.fr**

Maths collège - Document pédagogique