

# Fractions irréductibles et simplification par PGCD

Rendre une fraction irréductible en divisant le numérateur et le dénominateur par leur PGCD



30 min



fiche complète + corrigé



Simplifier par PGCD

Prénom : \_\_\_\_\_ Date : \_\_\_\_\_

Page source : <https://www.maths-college.fr/cours-maths-3eme/fractions-irreductibles-3e.html>

## Introduction

Un professeur demande à ses élèves de comparer plusieurs résultats écrits sous forme de fractions. Certaines écritures sont correctes, mais pas encore les plus simples : il faut trouver une méthode rapide pour obtenir l'écriture minimale.

## J'apprends

Imprimé

# PGCD(a ; b)

Majuscule

# PLUS GRAND DIVISEUR COMMUN



**Mot-repère : irréductible** (ir · ré · duc · ti · ble)

### Je repère / J'applique / Je vérifie



#### Je repère

J'identifie le numérateur et le dénominateur, puis je cherche leur PGCD.



#### J'applique

Je divise le numérateur et le dénominateur par leur PGCD.



#### Je vérifie

Je vérifie que les deux nouveaux nombres sont premiers entre eux : le PGCD doit être égal à 1.

## Mes exercices



### Compléter un tableau de simplification

Complète le tableau en indiquant le PGCD puis la fraction irréductible.

1.  $18/24$
2.  $45/60$
3.  $56/98$
4.  $121/44$
5.  $150/210$



### Reconnaître une fraction irréductible

Indique si chaque fraction est irréductible. Justifie en donnant le PGCD du numérateur et du dénominateur.

1.  $8/15$  est irréductible.
2.  $14/21$  est irréductible.
3.  $12/35$  est irréductible.
4.  $25/40$  est irréductible.
5.  $17/51$  est irréductible.
6.  $19/20$  est irréductible.



### Associer fraction, PGCD et écriture minimale

Associe chaque fraction à son PGCD et à sa fraction irréductible.

1.  $72/90$  — [6, 9, 18, 24] — [' $3/5$ ', ' $4/5$ ', ' $5/6$ ', ' $8/10$ ']
2.  $63/84$  — [3, 7, 21, 42] — [' $2/3$ ', ' $3/4$ ', ' $7/9$ ', ' $21/28$ ']
3.  $96/144$  — [12, 24, 36, 48] — [' $1/2$ ', ' $2/3$ ', ' $3/4$ ', ' $4/6$ ']
4.  $105/165$  — [5, 11, 15, 30] — [' $5/11$ ', ' $7/11$ ', ' $21/33$ ', ' $3/5$ ']



### Écrire la fraction irréductible

Écris directement la fraction irréductible de chaque fraction. Attention au signe.

1.  $-42/56$
2.  $99/-121$
3.  $-75/-105$
4.  $144/180$
5.  $-64/-96$



### Résoudre de petites situations

Pour chaque situation, écris la fraction donnée sous forme irréductible et interprète le résultat.

1. Dans une recette, on utilise  $180$  g de farine pour  $240$  g de préparation totale. Simplifie la fraction  $180/240$ .
2. Lors d'un trajet,  $84$  km sont parcourus sur  $126$  km prévus. Simplifie la fraction  $84/126$ .
3. Un élève obtient  $35$  points sur  $50$ . Simplifie la fraction  $35/50$ .
4. Une figure contient  $24$  carreaux colorés sur  $54$  carreaux. Simplifie la fraction  $24/54$ .



### Chrono calcul mental

En 3 minutes, simplifie mentalement  $10$  fractions en repérant rapidement un diviseur commun ou le PGCD.

**Essai 1**


---

 mots justes
**Essai 2**


---

 mots justes
**Essai 3**


---

 mots justes
**Mes objectifs (MCLM)****Niveau 1**


---

 mots correctement lus / min
**Niveau 2**


---

 mots correctement lus / min
**Niveau 3**


---

 mots correctement lus / min
**Différenciation****Coup de pouce**

Proposer la liste des diviseurs du numérateur et du dénominateur avant de calculer le PGCD.

**Entraînement guidé**

Faire écrire systématiquement : PGCD, division du numérateur, division du dénominateur, vérification.

**Défi**

Travailler avec des fractions négatives, des grands nombres ou des problèmes où la fraction à simplifier doit d'abord être identifiée.

**Je m'auto-évalue****Acquis****En cours****À reprendre**

- Je sais calculer le PGCD de deux entiers.
- Je sais diviser le numérateur et le dénominateur par le même nombre non nul.
- Je sais utiliser le PGCD pour obtenir directement une fraction irréductible.
- Je sais vérifier que deux nombres sont premiers entre eux.
- Je sais gérer le signe d'une fraction lors de la simplification.

## Corrigé détaillé

### exo1

- fraction:  $18/24$  — pgcd: 6 — fraction\_irréductible:  $3/4$  — detail:  $18 \div 6 = 3$  et  $24 \div 6 = 4$ .
- fraction:  $45/60$  — pgcd: 15 — fraction\_irréductible:  $3/4$  — detail:  $45 \div 15 = 3$  et  $60 \div 15 = 4$ .
- fraction:  $56/98$  — pgcd: 14 — fraction\_irréductible:  $4/7$  — detail:  $56 \div 14 = 4$  et  $98 \div 14 = 7$ .
- fraction:  $121/44$  — pgcd: 11 — fraction\_irréductible:  $11/4$  — detail:  $121 \div 11 = 11$  et  $44 \div 11 = 4$ .
- fraction:  $150/210$  — pgcd: 30 — fraction\_irréductible:  $5/7$  — detail:  $150 \div 30 = 5$  et  $210 \div 30 = 7$ .

### exo2

- statement:  $8/15$  est irréductible. — answer: Vrai — detail:  $\text{PGCD}(8 ; 15) = 1$ , donc 8 et 15 sont premiers entre eux.
- statement:  $14/21$  est irréductible. — answer: Faux — detail:  $\text{PGCD}(14 ; 21) = 7$ , donc  $14/21 = 2/3$ .
- statement:  $12/35$  est irréductible. — answer: Vrai — detail:  $\text{PGCD}(12 ; 35) = 1$ .
- statement:  $25/40$  est irréductible. — answer: Faux — detail:  $\text{PGCD}(25 ; 40) = 5$ , donc  $25/40 = 5/8$ .
- statement:  $17/51$  est irréductible. — answer: Faux — detail:  $\text{PGCD}(17 ; 51) = 17$ , donc  $17/51 = 1/3$ .
- statement:  $19/20$  est irréductible. — answer: Vrai — detail:  $\text{PGCD}(19 ; 20) = 1$ .

### exo3

- fraction:  $72/90$  — pgcd: 18 — fraction\_irréductible:  $4/5$  — detail:  $72 \div 18 = 4$  et  $90 \div 18 = 5$ .
- fraction:  $63/84$  — pgcd: 21 — fraction\_irréductible:  $3/4$  — detail:  $63 \div 21 = 3$  et  $84 \div 21 = 4$ .
- fraction:  $96/144$  — pgcd: 48 — fraction\_irréductible:  $2/3$  — detail:  $96 \div 48 = 2$  et  $144 \div 48 = 3$ .
- fraction:  $105/165$  — pgcd: 15 — fraction\_irréductible:  $7/11$  — detail:  $105 \div 15 = 7$  et  $165 \div 15 = 11$ .

### exo4

- fraction:  $-42/56$  — pgcd: 14 — fraction\_irréductible:  $-3/4$  — detail:  $42/56 = 3/4$  et un seul signe négatif donne  $-3/4$ .
- fraction:  $99/-121$  — pgcd: 11 — fraction\_irréductible:  $-9/11$  — detail:  $99 \div 11 = 9$  et  $121 \div 11 = 11$  ; le signe négatif est conservé.
- fraction:  $-75/-105$  — pgcd: 15 — fraction\_irréductible:  $5/7$  — detail: Deux signes négatifs donnent un résultat positif.
- fraction:  $144/180$  — pgcd: 36 — fraction\_irréductible:  $4/5$  — detail:  $144 \div 36 = 4$  et  $180 \div 36 = 5$ .
- fraction:  $-64/-96$  — pgcd: 32 — fraction\_irréductible:  $2/3$  — detail:  $64 \div 32 = 2$  et  $96 \div 32 = 3$  ; deux signes négatifs donnent un résultat positif.

### exo5

- statement:  $180/240$  — pgcd: 60 — fraction\_irréductible:  $3/4$  — interpretation: La farine représente  $3/4$  de la préparation totale.
- statement:  $84/126$  — pgcd: 42 — fraction\_irréductible:  $2/3$  — interpretation: Le trajet parcouru représente  $2/3$  du trajet prévu.
- statement:  $35/50$  — pgcd: 5 — fraction\_irréductible:  $7/10$  — interpretation: Le score est égal à  $7/10$ .
- statement:  $24/54$  — pgcd: 6 — fraction\_irréductible:  $4/9$  — interpretation: La partie colorée représente  $4/9$  de la figure.

### Barème

- critere: Calcul correct du PGCD — points: 4
- critere: Division correcte du numérateur et du dénominateur — points: 4
- critere: Fraction finale irréductible — points: 4
- critere: Gestion correcte des signes — points: 2
- critere: Justification claire et vérification — points: 2

## Erreurs fréquentes et remédiation

Erreur observée	Cause probable	Action courte
—	Confusion entre simplifier une fraction et modifier un seul terme.	Rappeler qu'une fraction égale s'obtient en divisant le numérateur et le dénominateur par le même nombre non nul.
—	La méthode est correcte mais l'écriture obtenue n'est pas forcément minimale.	Faire vérifier le PGCD de la fraction obtenue et poursuivre la simplification si nécessaire.
—	Recherche incomplète des diviseurs communs.	Faire calculer le PGCD avec une méthode fiable : décomposition, algorithme d'Euclide ou liste de diviseurs.
—	Le signe est traité séparément ou oublié pendant les divisions.	Faire écrire le signe devant la fraction dès le départ : $-42/56 = -(42/56)$ .
—	Les deux notions de divisibilité sont proches dans le vocabulaire.	Insister sur le mot diviseur : pour simplifier une fraction, on cherche un diviseur commun, donc le PGCD.



### Guide enseignant / adulte

#### Préparation matérielle

- ["Cahier ou feuille d'exercices", 'Crayon et gomme', 'Table de multiplication ou brouillon pour les diviseurs', 'Calculatrice autorisée en vérification seulement', 'Ardoise ou feuille de recherche']
- Prévoir quelques exemples de PGCD déjà calculés pour se concentrer sur la simplification de fractions.

#### Conseils de passation

Phase	Durée	Consigne
Introduction de la situation	3 min	Présenter deux fractions égales, par exemple $30/42$ et $5/7$ , puis demander laquelle est la plus simple à utiliser.
Rappel des prérequis	4 min	Faire rappeler ce qu'est un diviseur commun et comment on calcule le PGCD de deux entiers.
Méthode guidée	6 min	Montrer la routine : calculer le PGCD, diviser le numérateur et le dénominateur, vérifier que le PGCD final vaut 1.
Application accompagnée	7 min	Faire compléter le tableau de l'exercice 1 en demandant à l'élève d'expliquer chaque division.
Entraînement autonome	6 min	Laisser l'élève traiter les exercices 2 à 4, avec une aide uniquement sur la recherche du PGCD si besoin.
Correction active	3 min	Comparer les réponses, faire corriger les erreurs et demander une justification orale pour au moins deux fractions.
Bilan et autoévaluation	1 min	Faire cocher les critères d'autoévaluation et retenir la phrase : une fraction est irréductible lorsque le PGCD du numérateur et du dénominateur est égal à 1.



### Suivi

Date	Note / 20	Erreur principale	À reprendre

---
