Maths collège

Nombre irrationnel : définition simple et méthode pour le reconnaître

Nombre irrationnel : définition claire, exemples, pièges fréquents et méthode rapide pour savoir si un nombre est rationnel ou irrationnel.

Cours de mathématiques niveau

Un nombre irrationnel est un nombre impossible à écrire comme une fraction de deux entiers. Son écriture décimale est infinie sans période répétitive, comme π ou √2 quand la racine n'est pas exacte.

« √9 est-il irrationnel parce qu'il y a une racine ? » C'est exactement le type de question qui piège beaucoup d'élèves au collège. Quand on voit π, √2 ou un décimal très long, on hésite vite entre rationnel et irrationnel. Le plus utile n'est pas d'apprendre une liste par cœur, mais d'avoir une méthode simple pour décider. Avec quelques réflexes très concrets, on peut reconnaître un nombre irrationnel, éviter les confusions classiques et réussir plus facilement les exercices.

En bref : les réponses rapides

Quelle différence entre un décimal infini et un décimal périodique ? — Un décimal périodique répète un motif, comme 0,333..., donc il est rationnel. Un décimal infini non périodique, comme π, est irrationnel.
Pourquoi 3,14 est rationnel alors que π est irrationnel ? — 3,14 est un décimal fini, donc il s'écrit comme 314/100. π est seulement approché par 3,14 et ne peut pas s'écrire comme une fraction d'entiers.
Comment justifier en contrôle qu'une racine carrée est irrationnelle ? — Il faut montrer que le nombre sous la racine n'est pas un carré parfait. Ainsi, la racine n'est pas exacte et le nombre obtenu est irrationnel.
Existe-t-il des nombres irrationnels négatifs ? — Oui. Si a est irrationnel, alors -a l'est aussi. Par exemple, -√2 est irrationnel.

Nombre irrationnel : définition simple et méthode rapide pour le reconnaître

Un **nombre irrationnel** est un nombre qui ne peut pas s'écrire comme une **fraction de deux entiers**, par exemple $\frac{a}{b}$ avec a et b entiers relatifs et $b \neq 0$. Son **écriture décimale** est infinie et **non périodique** : elle continue sans fin, sans motif qui se répète. Au collège, on reconnaît souvent des irrationnels avec π, e ou une **racine carrée** non exacte comme $\sqrt{2}$.

La **nombre irrationnel définition** la plus utile au collège est simple : un nombre est rationnel s'il appartient à $\mathbb{Q}$, donc s'il peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ avec a et b entiers relatifs. Sinon, dans l'**ensemble des réels** $\mathbb{R}$, il est irrationnel. La vraie idée n'est pas "il a beaucoup de chiffres". C'est *impossible à écrire comme quotient de deux entiers*. Ainsi, $0,75 = \frac{3}{4}$ est rationnel, et $0,333... = \frac{1}{3}$ aussi, car le motif se répète. En revanche, $\sqrt{2}$ ou π sont irrationnels : leur **écriture décimale infinie non périodique** ne se transforme pas en fraction simple d'entiers. Pour **comment savoir si un nombre est irrationnel**, je conseille une grille rapide en 4 étapes : si c'est déjà une fraction, c'est rationnel ; si le décimal est fini, c'est rationnel ; si le décimal est périodique, c'est rationnel ; si c'est une racine carrée, on vérifie si elle est exacte ou non. C'est la méthode la plus sûre au collège.

Cas	Conclusion	Exemple
Écriture $\frac{a}{b}$	Rationnel	$\frac{7}{3}$
Décimal fini	Rationnel	$2,4 = \frac{12}{5}$
Décimal périodique	Rationnel	$0,121212...$
$\sqrt{n}$ exacte	Rationnel	$\sqrt{49} = 7$
$\sqrt{n}$ non exacte	Irrationnel	$\sqrt{3}$

Pour distinguer **nombre rationnel et irrationnel**, il faut éviter trois confusions. Première erreur : croire qu'un nombre avec beaucoup de décimales est irrationnel. Faux. Un décimal peut être long et pourtant fini, donc rationnel. Deuxième erreur : penser qu'un nombre avec une racine est toujours irrationnel. Faux encore : $\sqrt{64} = 8$. Troisième erreur : confondre décimal infini et décimal non périodique. Un décimal infini qui répète un motif

reste rationnel. Retenez le test mental suivant : *fraction visible, décimal fini, décimal périodique* $\Rightarrow$ rationnel ; *racine non exacte,* π , e $\Rightarrow$ souvent irrationnel. C'est court. Et très efficace.

À retenir : un irrationnel ne s'écrit pas sous la forme $\frac{a}{b}$ avec a et b entiers relatifs ; son écriture décimale est infinie sans période.

$\sqrt{25} = 5$ est rationnel, mais $\sqrt{5}$ est irrationnel.

⚠ $0,777...$ n'est pas irrationnel : c'est un décimal périodique, donc un **nombre rationnel**.

La grille de décision collège : rationnel ou irrationnel en 4 questions

Pour reconnaître un **nombre irrationnel**, suis une grille simple : si le nombre s'écrit comme une fraction $\frac{a}{b}$ avec a et b entiers, alors il est rationnel. S'il a une écriture décimale **finie**, comme $0,75$, il est rationnel. Si son écriture décimale est **périodique**, comme $0,333...$, il est encore rationnel. En revanche, s'il contient $\sqrt{n}$ avec n non carré parfait, ou bien π ou e , il est *irrationnel*. Cette méthode évite les confusions fréquentes entre décimal infini et nombre irrationnel.

Question	Conclusion
Peut-on écrire le nombre sous la forme $\frac{a}{b}$?	Oui $\Rightarrow$ rationnel
Son décimal est-il fini ?	Oui $\Rightarrow$ rationnel
Son décimal est-il périodique ?	Oui $\Rightarrow$ rationnel
Contient-il $\sqrt{n}$ non exacte, π ou e ?	Oui $\Rightarrow$ irrationnel

À retenir : un décimal infini n'est pas forcément irrationnel ; s'il répète un motif, il est rationnel.

Exemple : $\sqrt{16} = 4$ est rationnel, mais $\sqrt{2}$ est irrationnel.

⚠ Ne classe pas un nombre trop vite : $3{,}1416$ est rationnel, alors que π est irrationnel ; $\sqrt{25}$ aussi est rationnel, car la racine est exacte.

I

DEMONSTRATION : √2 est irrationnel - Seconde — Yvan Monka

Rationnel ou irrationnel ? Le tableau qui permet de trancher vite

Pour décider si un nombre est **rationnel** ou **irrationnel**, on regarde sa forme. Un entier, une fraction, un décimal fini ou périodique est rationnel. En revanche, une racine carrée non exacte, π ou e est irrationnel. Le plus rapide reste une *justification d'une phrase*, courte et précise.

Règle utile au collège : un nombre est **rationnel** s'il peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ avec a et b entiers et $b \neq 0$. Donc 0, 2, -5, $\frac{1}{3}$, $0{,}75$ et $0{,}333\ldots$ sont rationnels. À l'inverse, un nombre est **irrationnel** s'il ne peut pas s'écrire comme une telle fraction : c'est le cas de $\sqrt{2}$, $\sqrt{8}$, π, e, mais aussi de $3+\sqrt{2}$ et 2π. Attention aux pièges classiques : 0 **n'est pas irrationnel**, 2 **n'est pas irrationnel**, et $\frac{1}{3}$ **est rationnel** même si son écriture décimale ne s'arrête jamais. Pour savoir *quels sont les nombres irrationnels*, la bonne méthode consiste à tester la forme du nombre, puis à simplifier si possible.

Nombre	Nature	Justification brève
0	Rationnel	$0=\frac{0}{1}$
2	Rationnel	$2=\frac{2}{1}$
-5	Rationnel	Entier, donc fraction possible
$\frac{1}{3}$	Rationnel	Déjà sous forme $\frac{a}{b}$
$0{,}75$	Rationnel	Décimal fini, donc $\frac{75}{100}$
$0{,}333\ldots$	Rationnel	Décimal périodique, égal à $\frac{1}{3}$

Nombre	Nature	Justification brève
$0{,}1010010001\ldots$	Irrationnel	Décimal infini non périodique
$\sqrt{4}$	Rationnel	$\sqrt{4}=2$
$\sqrt{9}$	Rationnel	$\sqrt{9}=3$
$\sqrt{2}$	Irrationnel	Racine carrée non exacte
$\sqrt{8}$	Irrationnel	$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$, donc irrationnel
$\frac{\sqrt{49}{7}$	Rationnel	$\frac{7}{7}=1$
π	Irrationnel	Nombre célèbre non fractionnaire
e	Irrationnel	Comme π, non rationnel
$3+\sqrt{2}$	Irrationnel	Somme d'un rationnel et d'un irrationnel
2π	Irrationnel	Produit d'un rationnel non nul et de π

À retenir : si la racine est exacte, le nombre peut devenir rationnel ; sinon, il reste irrationnel. Voilà un bon *exemple de nombre irrationnel* : $\sqrt{2}$.

Ce tableau répond vite aux questions fréquentes : *0 est-il un nombre irrationnel* ? Non. *Est-ce que 2 est un nombre irrationnel* ? Non plus. $\frac{1}{3}$ *est-il irrationnel* ? Toujours non, car c'est une fraction, même si son écriture décimale est infinie. Le cas de $\sqrt{8}$ trompe souvent : on peut simplifier en $2\sqrt{2}$, néanmoins cela ne le rend pas rationnel. En revanche, $\frac{\sqrt{49}{7}$ vaut exactement 1. C'est donc rationnel. La bonne habitude consiste à **simplifier d'abord**, puis à classer.

$\sqrt{16}$ est rationnel, car $\sqrt{16}=4$; $\sqrt{5}$ est irrationnel, car la racine n'est pas exacte.

⚠ Ne confonds pas **décimal infini** et **irrationnel** : un décimal infini *périodique*, comme $0{,}333\ldots$, reste rationnel.

Exercices corrigés : reconnaître un nombre irrationnel sans se tromper

En **nombre irrationnel exercice corrigé**, la règle utile est simple : on ne dit pas seulement *"il y a une racine"*. On justifie avec une propriété. Un nombre est **irrationnel** si

son **développement décimal** est infini non périodique, ou si une racine carrée n'est pas une **racine exacte**. Il est **rationnel** s'il s'écrit en fraction, en décimal fini, ou en décimal périodique.

Rédaction modèle : $\sqrt{2}$ **est irrationnel** car 2 n'est pas un carré parfait, donc $\sqrt{2}$ n'est pas une racine exacte. $\sqrt{16}$ **est rationnel** car $\sqrt{16}=4$. $\frac{7}{5}$ **est rationnel** car c'est une fraction d'entiers, et aussi un décimal fini : $\frac{7}{5}=1,4$. $0,121212...$ **est rationnel** car le motif 12 se répète : c'est un décimal périodique. π **est irrationnel** car son développement décimal est infini non périodique. Voilà un bon **nombre rationnel et irrationnel exercice** de base. La phrase *"décimal infini = irrationnel"* est donc fausse, puisque $0,121212...$ est infini mais rationnel.

Nombre	Statut	Justification courte
$\sqrt{2}$	Irrationnel	2 n'est pas un carré parfait
$\sqrt{16}$	Rationnel	$\sqrt{16}=4$
$\frac{7}{5}$	Rationnel	Fraction d'entiers
$0,121212...$	Rationnel	Décimal périodique
π	Irrationnel	Décimal infini non périodique

Pour trouver un **nombre irrationnel compris entre 0 et 1**, on peut prendre $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Pourquoi ? D'abord, $\sqrt{2}$ est irrationnel : c'est la réponse classique à **pourquoi racine carrée de 2 est irrationnel**. Ensuite, comme $1<\sqrt{2}<2$, on obtient $0,5<\frac{\sqrt{2}}{2}<1$. Ce nombre est donc bien entre 0 et 1. Et il reste irrationnel : si $\frac{\sqrt{2}}{2}$ était rationnel, alors en le multipliant par 2, on obtiendrait $\sqrt{2}$ rationnel, ce qui est faux. Même logique pour $2+\sqrt{2}$: si cette somme était rationnelle, alors en retirant 2, on aurait $\sqrt{2}$ rationnel. Donc $2+\sqrt{2}$ **est irrationnel**. Cette justification est simple et très adaptée au collège.

À retenir : une racine carrée n'est pas forcément irrationnelle ; seule une racine non exacte l'est.

Autre piège fréquent : confondre un nombre et son **approximation**. On a $3,14$ rationnel, car $3,14=\frac{314}{100}=\frac{157}{50}$. En revanche, π **est irrationnel**. Écrire $\pi\approx3,14$ ne veut pas dire que $\pi=3,14$. Une approximation décimale peut être

rationnelle alors que le nombre approché est irrationnel. Même vigilance avec $\sqrt{50}$ et $5\sqrt{2}$. On simplifie : $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$. Ces deux écritures désignent donc le *même nombre*, avec le même statut : irrationnel, puisque $\sqrt{2}$ l'est et que le multiplier par 5 ne le rend pas rationnel.

Exemple minute : $0,3333...$ est rationnel car $0,3333... = \frac{1}{3}$.

⚠ **Pièges à éviter :** *"décimal infini = irrationnel"* est faux ; *"toute racine carrée est irrationnelle"* est faux ; *"* $\pi \approx 3,14$ *donc* π *est rationnel"* est faux.

Les 5 erreurs les plus fréquentes au collège

Un nombre est **irrationnel** s'il ne peut pas s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ avec a et b entiers, $b \neq 0$. Les confusions reviennent souvent en contrôle : $0,333...$ n'est pas irrationnel, $3,14$ n'est pas π, une racine n'est pas toujours irrationnelle, un entier n'est jamais irrationnel, et les symboles d'ensembles se mélangent facilement.

Erreur classique : croire que $0,333...$ est irrationnel parce que l'écriture décimale ne finit pas. Faux : $0,333... = \frac{1}{3}$, donc il est **rationnel**. À mémoriser : *décimal infini périodique* $\Rightarrow$ rationnel. Deuxième piège : confondre $3,14$ et π. Or $3,14$ est un nombre décimal fini, donc rationnel, tandis que π est **irrationnel**. À retenir : une valeur approchée n'a pas la même nature que le nombre exact. Troisième erreur : penser que toute racine carrée est irrationnelle. Non : $\sqrt{49} = 7$ est rationnel, mais $\sqrt{2}$ ne l'est pas. Quatrième confusion : un entier comme 5 serait "à part". En réalité, $5 = \frac{5}{1}$, donc rationnel. Enfin, pour les ensembles, on retient que $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ et que les irrationnels ne sont *pas* dans $\mathbb{Q}$. Reformulation utile : "si je peux écrire le nombre en fraction, il n'est pas irrationnel".

Où placer les nombres irrationnels dans les ensembles de nombres, et pourquoi $\sqrt{2}$ est devenu célèbre

Les **nombres irrationnels** appartiennent à l'ensemble des **réels** $\mathbb{R}$, mais pas à l'ensemble des rationnels $\mathbb{Q}$. On les note souvent $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$. Au collège, l'essentiel est de savoir répondre à *qu'est-ce qu'un nombre rationnel et irrationnel* : un rationnel s'écrit en fraction, un irrationnel non, et son **développement décimal** est infini non périodique.

Repère utile : $\mathbb{Q}$ contient les nombres qui peuvent s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ avec a et b entiers et $b \neq 0$. Cela inclut les entiers, les décimaux finis comme $2,5$, et les décimaux périodiques

comme $0{,}333\ldots = \frac{1}{3}$. L'**ensemble des nombres irrationnels**, souvent présenté sans vrai *symbole des nombres irrationnels* unique, est donc noté par différence : $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$. On y place par exemple $\sqrt{2}$, π et e. Pour **les nombres irrationnels et les ensembles de nombres**, le classement simple est : tous sont réels, mais seuls certains sont rationnels.

Ensemble	Notation	À retenir
Rationnels	$\mathbb{Q}$	S'écrivent sous la forme $\frac{a}{b}$
Réels	$\mathbb{R}$	Contiennent rationnels et irrationnels
Irrationnels	$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$	Décimal infini non périodique

Pourquoi $\sqrt{2}$ est-il si célèbre ? Dans l'**Antiquité grecque**, l'étude du carré de côté 1 a montré que sa diagonale vaut $\sqrt{2}$, et que ce nombre ne peut pas s'écrire comme une fraction d'entiers. Cette découverte a marqué l'histoire des maths. Des pages comme **Wikipédia** racontent l'épisode en détail, avec preuves et contexte historique. Pour un collégien, la bonne idée est plus simple : reconnaître que $\sqrt{2} \approx 1{,}414213\ldots$ continue sans motif régulier, donc n'est pas rationnel. Même logique pour π et e, deux exemples célèbres ; certains irrationnels sont même des **nombres transcendants**, mais ce mot dépasse le programme courant.

À retenir : si un nombre est réel mais impossible à écrire sous la forme $\frac{a}{b}$, alors il est dans $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

$0{,}125 = \frac{1}{8}$ est rationnel ; π et $\sqrt{2}$ sont irrationnels.

⚠ Ne pas confondre *décimal infini* et *irrationnel* : $0{,}666\ldots$ est infini, mais périodique, donc rationnel.

comment savoir si un nombre est irrationnel

Pour savoir si un nombre est irrationnel, je vérifie s'il peut s'écrire sous la forme d'une fraction a/b avec a et b entiers et b non nul. Si c'est impossible, le nombre est irrationnel. Son écriture décimale est alors infinie et non périodique, comme π, √2 ou e.

0 est-il un nombre irrationnel

Non, 0 n'est pas un nombre irrationnel. C'est un nombre rationnel, car il peut s'écrire comme une fraction d'entiers, par exemple 0/1, 0/5 ou 0/100. Un nombre irrationnel ne peut jamais être écrit sous forme de fraction exacte entre deux entiers.

Quels sont les nombres irrationnels ?

Les nombres irrationnels sont les nombres qui ne peuvent pas s’écrire comme une fraction d’entiers. Leur développement décimal est infini sans répétition régulière. Parmi les exemples connus, on trouve π, e, √2, √3 et, plus généralement, la racine carrée d’un entier qui n’est pas un carré parfait.

Comment savoir si un nombre est irrationnel ?

Je regarde si le nombre admet une écriture fractionnaire exacte. Si oui, il est rationnel. Si non, il est irrationnel. En pratique, une écriture décimale finie ou périodique indique un nombre rationnel. Une écriture décimale infinie non périodique, comme celle de π ou de √2, indique un nombre irrationnel.

Qu'est-ce qu'un nombre rationnel et irrationnel ?

Un nombre rationnel peut s’écrire sous la forme a/b, avec a et b entiers et b différent de 0. Exemples : 1/2, -3, 0,75. Un nombre irrationnel ne peut pas s’écrire ainsi. Son écriture décimale est infinie et non périodique. Exemples : π, √2, e.

Pourquoi racine carrée de 2 est irrationnel ?

La racine carrée de 2 est irrationnelle car on peut démontrer qu’elle ne peut pas être exprimée comme une fraction d’entiers. Si on suppose le contraire, on arrive à une contradiction logique sur la parité des entiers. Son écriture décimale est donc infinie et sans répétition périodique.

Est-ce que 2 est un nombre irrationnel ?

Non, 2 n’est pas un nombre irrationnel. C’est un nombre rationnel, car il peut s’écrire comme une fraction simple : 2/1. Tous les entiers sont des nombres rationnels, puisqu’ils peuvent toujours être représentés comme un quotient d’entiers avec un dénominateur non nul.

Quel est le symbole des nombres irrationnels ?

Il n’existe pas de symbole universel aussi courant que $\mathbb{Q}$ pour les rationnels. En pratique, les nombres irrationnels sont souvent notés comme l’ensemble $\mathbb{R}$ privé de $\mathbb{Q}$, c’est-à-dire $\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$. Cela désigne tous les réels qui ne sont pas rationnels, comme π, e ou √2.

Pour reconnaître un nombre irrationnel, garde une règle simple : s’il peut s’écrire en fraction, ou en décimal fini ou périodique, il est rationnel ; sinon, il est irrationnel. Vérifie surtout les racines carrées, car certaines donnent un entier et d’autres non. En t’entraînant avec un tableau d’exemples et quelques pièges classiques, la distinction devient vite automatique.

Mis à jour le 05 mai 2026

Continue sur maths-college.fr

Maths collège - Document pédagogique