



Nombre parfaits : définition, exemples et méthode simple

Découvrez ce que sont les nombre parfaits, comment les reconnaître et pourquoi 6, 28 ou 496 sont des cas célèbres.

Cours de mathématiques niveau

Les nombre parfaits sont des entiers égaux à la somme de leurs diviseurs propres, c'est-à-dire tous leurs diviseurs sauf le nombre lui-même. Les exemples les plus connus sont 6, 28 et 496, tandis que 24 ou 64 ne sont pas parfaits.

Pourquoi 6 a-t-il une réputation spéciale en mathématiques ? Quand on additionne ses diviseurs propres, 1, 2 et 3, on retombe exactement sur 6. C'est cette petite surprise qui fait entrer les nombre parfaits dans les curiosités les plus célèbres de l'arithmétique. Si vous êtes collégien, parent ou enseignant, le plus utile n'est pas d'apprendre une liste par cœur, mais de savoir vérifier un nombre pas à pas, sans se tromper entre diviseur et multiple. Avec une méthode claire, on comprend vite pourquoi 28 fonctionne, mais pas 12, 24 ou 64.

En bref : les réponses rapides

Pourquoi 28 est-il un nombre parfait ? — Parce que ses diviseurs propres sont 1, 2, 4, 7 et 14, et leur somme vaut exactement 28.

Est-ce que 120 est un nombre parfait ? — Non. La somme de ses diviseurs propres dépasse 120 : 120 est un nombre abondant.

Quel est le plus petit nombre parfait ? — Le plus petit nombre parfait est 6, car $1 + 2 + 3 = 6$.

Peut-on reconnaître un nombre parfait sans tester tous les diviseurs ? — Pour les grands nombres, on utilise surtout la formule liée aux nombres de Mersenne premiers et des méthodes algorithmiques plus rapides.

Nombre parfait : définition simple et premiers exemples

Un **nombre parfait** est un **entier naturel** égal à la somme de ses **diviseurs propres**, c'est-à-dire tous ses diviseurs sauf lui-même. En arithmétique, 6 est parfait car ses diviseurs propres sont 1 , 2 et 3 , et $1+2+3=6$. Même idée pour 28 : $1+2+4+7+14=28$.

La **nombre parfait définition** tient donc en une phrase simple, mais un mot compte beaucoup : *propres*. Un **diviseur** de n est un nombre qui partage n sans reste ; un diviseur propre est ce même diviseur, sauf n lui-même. Pour 6 , les diviseurs sont 1 , 2 , 3 et 6 , mais on ne garde que 1 , 2 et 3 . Il faut donc distinguer la somme de *tous* les diviseurs, qui vaut ici $1+2+3+6=12$, et la somme des seuls diviseurs propres, qui vaut 6 . Cette différence explique beaucoup d'erreurs au collège, surtout quand on ajoute le nombre étudié alors qu'il faut justement l'exclure.

Les deux premiers exemples à connaître sont **6 et 28**. Pour 28 , on cherche ses diviseurs : 1 , 2 , 4 , 7 , 14 et 28 . Les **diviseurs propres** sont donc 1 , 2 , 4 , 7 et 14 , puis $1+2+4+7+14=28$. On voit bien le mécanisme : si la somme retrouvée est exactement le nombre de départ, alors c'est un nombre parfait. Parmi les **nombre parfaits inférieur à 30**, il n'y en a que deux : 6 et 28 . Ainsi, à la question **quel est le nombre parfait entre 20 et 30**, la réponse est immédiate : 28 , et aucun autre.

Un bon **contre-exemple** aide à comprendre. Prenons 12 . Ses diviseurs sont 1 , 2 , 3 , 4 , 6 et 12 . Ses diviseurs propres sont donc 1 , 2 , 3 , 4 et 6 , et leur somme vaut $1+2+3+4+6=16$. Comme $16 \neq 12$, 12 n'est pas parfait. Il est même *abondant*, car la somme de ses diviseurs propres dépasse le nombre. Les erreurs fréquentes sont toujours les mêmes : oublier 1 , ajouter 12 , ou confondre *multiple* et *diviseur*. Par exemple, 24 est un multiple de 12 , mais ce n'est pas un diviseur de 12 . **À retenir** : pour tester un nombre, on liste ses diviseurs propres, on les additionne, puis on compare la somme au nombre ; si elles sont égales, le nombre est parfait.

Comment savoir si un nombre est parfait ? Méthode, test rapide et exemples corrigés

Pour **comment savoir si un nombre est parfait**, on applique une règle unique : on cherche ses *diviseurs propres*, on ne compte pas le nombre lui-même, puis on additionne.



Si la somme obtenue vaut exactement le nombre de départ, il est parfait. Cette méthode suffit pour tester **24**, **28**, **120** ou **496** à la main, sans formule compliquée.

La méthode tient en **4 étapes**. On repère d'abord tous les diviseurs du nombre. Ensuite, on garde seulement les **diviseurs propres**, donc tous sauf le nombre lui-même. Puis on fait la somme. Enfin, on compare cette somme au nombre de départ. Pour **comment trouver si un nombre est parfait**, l'erreur classique est simple : ajouter aussi le nombre testé. Or, pour 28 , les diviseurs sont 1 , 2 , 4 , 7 , 14 et 28 , mais on retire 28 . On calcule alors $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$. Le nombre est donc **parfait**. À l'inverse, pour 24 , les diviseurs propres sont 1 , 2 , 3 , 4 , 6 , 8 , 12 et leur somme vaut 36 . Comme $36 \neq 24$, 24 n'est pas parfait ; il est même *abondant*, car la somme dépasse le nombre.

Pour aller plus vite, visualisez les **paires de diviseurs**. Si d divise un nombre n , alors $\frac{n}{d}$ aussi. Pour 120 , on trouve les paires 1×120 , 2×60 , 3×40 , 4×30 , 5×24 , 6×20 , 8×15 , 10×12 . Cette idée mène à une astuce d'**algorithme** : on ne teste les diviseurs que jusqu'à la **racine carrée**, soit jusqu'à $\sqrt{120}$, car au-delà on retombe sur les mêmes couples. C'est une bonne porte d'entrée vers **nombre parfait algorithme**. En version mentale : on part de 1 , puis on essaie 2 , 3 , 4 , etc., jusqu'à \sqrt{n} . En **pseudo-code** très simple, proche de *nombre parfait python* ou d'un futur programme en C : "somme $= 1$; pour chaque d tel que $2 \leq d \leq \sqrt{n}$, si $n \div d$ est entier, ajouter d et aussi $\frac{n}{d}$ si les deux sont différents ; à la fin, comparer somme et n ."

Les cas concrets tombent alors vite. Pour **comment vérifier que 496 est un nombre parfait**, on repère les diviseurs propres 1 , 2 , 4 , 8 , 16 , 31 , 62 , 124 , 248 . Leur somme vaut

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248 = 496.$$

Donc **496** est parfait. Pour 120 , la somme des diviseurs propres vaut 240 , donc 120 est abondant. Deux mini-exercices corrigés : testez 6 ; ses diviseurs propres sont 1 , 2 , 3 , et $1 + 2 + 3 = 6$, donc il est parfait. Testez 64 ; ses diviseurs propres sont 1 , 2 , 4 , 8 , 16 , 32 , et $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 63$. Comme $63 \neq 64$, 64 n'est pas parfait ; il est *déficient*, car la somme reste inférieure au nombre.



Mini-algorithme de test d'un nombre parfait

Pour tester si un nombre est **parfait**, on additionne ses **diviseurs propres**, c'est-à-dire tous ses diviseurs sauf lui-même. La méthode simple consiste à partir de 1, puis à chercher les diviseurs seulement jusqu'à \sqrt{n} : chaque fois que d divise n , on ajoute aussi son "jumeau" $\frac{n}{d}$. Ensuite, on compare la somme à n .

En pseudo-code, cela donne : pour un nombre n , si $n \leq 1$, réponse non. Sinon, somme = 1. Puis on teste chaque entier d avec $2 \leq d \leq \sqrt{n}$. Si d divise n , on ajoute d ; et si $d \neq \frac{n}{d}$, on ajoute aussi $\frac{n}{d}$. À la fin, si la somme vaut n , alors n est **parfait**. Sinon, il ne l'est pas. Cette méthode est *plus rapide* qu'une recherche complète, car on ne vérifie pas tous les nombres jusqu'à $n-1$, mais seulement jusqu'à \sqrt{n} . En revanche, elle reste très compréhensible pour un collégien motivé, parce qu'elle utilise une idée visuelle simple : les diviseurs vont souvent par **paires**.

Nombre parfait, abondant ou déficient : la comparaison qui aide vraiment à comprendre

Comparer les familles aide tout de suite à classer un nombre. Si la somme de ses **diviseurs propres** vaut exactement le nombre, il est **parfait** ; si cette somme est plus grande, c'est un **nombre abondant** ; si elle est plus petite, c'est un **nombre déficient**. Cette règle simple évite presque toutes les erreurs.

Le point décisif, c'est la somme des diviseurs propres, c'est-à-dire tous les diviseurs positifs sauf le nombre lui-même. Pour **8**, on a $1+2+4=7$, donc $7 < 8$: 8 est un **nombre déficient**. Pour **6**, $1+2+3=6$: il est parfait. Pour **12**, souvent cité à tort dans la question « 12 nombre parfait ? », on obtient $1+2+3+4+6=16$, donc $16 > 12$: 12 est un **nombre abondant**, pas un nombre parfait. Même logique pour **24** : $1+2+3+4+6+8+12=36$, donc il est abondant. Enfin, **28** vérifie $1+2+4+7+14=28$: c'est bien un nombre parfait. La méthode ne demande ni formule compliquée ni mémoire exceptionnelle ; elle demande seulement de l'ordre dans la recherche des diviseurs.

| Famille | Définition | Exemple | Somme des diviseurs propres | Conclusion |
|------------------|-----------------------------------|---------|-----------------------------|------------|
| Nombre déficient | La somme est inférieure au nombre | 8 | $1+2+4=7$ | $7 < 8$ |

| Famille | Définition | Exemple | Somme des diviseurs propres | Conclusion |
|-----------------|-----------------------------------|---------|-----------------------------------|------------|
| Nombre parfait | La somme est égale au nombre | 6 | $1 + 2 + 3 = 6$ | $6 = 6$ |
| Nombre parfait | La somme est égale au nombre | 28 | $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$ | $28 = 28$ |
| Nombre abondant | La somme est supérieure au nombre | 12 | $1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$ | $16 > 12$ |
| Nombre abondant | La somme est supérieure au nombre | 24 | $1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 8 + 12 = 36$ | $36 > 24$ |

Cette comparaison sert aussi à répondre à une vraie question fréquente : **pourquoi 64 est presque parfait** ? Ses diviseurs propres sont $1, 2, 4, 8, 16, 32$, et leur somme vaut 63 . On n'obtient pas 64 , mais on en est très proche : il manque seulement 1 . C'est pourquoi on parle de **nombre presque parfait**. Ce cas est utile, car il montre qu'un nombre peut être voisin d'un nombre parfait sans l'être. En pratique, beaucoup d'erreurs viennent d'un oubli de diviseur, ou du fait qu'on ajoute le nombre lui-même, ce qu'il ne faut pas faire. Par conséquent, la comparaison entre **nombre abondant**, parfait et **nombre déficient** donne une grille de lecture nette. Elle rappelle aussi une réalité culturelle des mathématiques : les nombres parfaits sont *rare*, alors que les nombres abondants ou déficients apparaissent bien plus souvent dans les exercices ordinaires.

D'où viennent les nombres parfaits ? De l'Antiquité au théorème d'Euclide-Euler

Les **nombres parfaits** sont étudiés depuis l'**Antiquité** parce qu'ils relient une idée simple, la somme des diviseurs, à une question profonde. **Euclide** a montré comment fabriquer certains nombres parfaits pairs grâce aux **nombres de Mersenne**, puis **Leonhard Euler** a prouvé que tous les nombres parfaits pairs viennent exactement de cette méthode. En revanche, à la question « *existe-t-il un nombre parfait impair ?* », la réponse actuelle est nette : on n'en connaît aucun.

Dans l'**histoire des nombres parfaits**, l'intérêt est ancien car ces nombres semblaient à la fois rares, réguliers et presque mystérieux. Les savants grecs, dont **Euclide**, cherchaient déjà à comprendre pourquoi certains entiers ont une somme de diviseurs *exactement*

égale au nombre lui-même. Bien plus tard, le nom de **Marin Mersenne** a été associé aux nombres de la forme $2^p - 1$, appelés **nombres de Mersenne**. Tous ne sont pas premiers, loin de là, mais quand l'un d'eux est premier, il permet de construire un nombre parfait pair. Cette idée n'est donc pas une curiosité isolée : elle relie l'arithmétique antique, la recherche sur les nombres premiers et une méthode de génération très efficace, bien plus instructive qu'une simple *liste des nombres parfaits*.

Le cœur du **théorème d'Euclide-Euler** s'écrit ainsi :

$$2^{p-1} \times (2^p - 1)$$

à condition que $2^p - 1$ soit premier. Cette formule donne immédiatement des exemples classiques. Si $p=2$, alors $2^2 - 1 = 3$ est premier, donc on obtient $2^1 \times 3 = 6$. Si $p=3$, alors $2^3 - 1 = 7$ est premier, donc $2^2 \times 7 = 28$. Si $p=5$, alors $2^5 - 1 = 31$ est premier, donc $2^4 \times 31 = 496$. La démonstration

complète dépasse le collège, mais l'idée se comprend bien : **Euclide** a montré que cette recette fabrique des nombres parfaits pairs, et **Euler** a établi l'autre sens, ce qui transforme une recette en caractérisation complète. Autrement dit, pour les nombres parfaits pairs, il n'existe pas d'autre porte d'entrée connue que cette forme précise.

Cette conclusion explique aussi pourquoi la **liste des nombres parfaits** connus reste courte à l'échelle humaine, même si elle continue de s'allonger avec l'informatique. Pour trouver un nouveau nombre parfait pair, il faut d'abord trouver un nouveau nombre premier de Mersenne, et ces candidats deviennent gigantesques. Par conséquent, les nombres parfaits obtenus explosent en taille. On préfère donc comprendre *comment* ils sont générés plutôt que recopier une longue liste. Reste la question célèbre : **existe-t-il un nombre parfait impair ?** Malgré des siècles de recherches, personne n'en a trouvé, et personne n'a prouvé qu'il est impossible. C'est ce qui rend le sujet si vivant : une idée née dans l'**Antiquité** mène encore aujourd'hui à une vraie zone d'ombre des mathématiques, au cœur du **théorème d'Euclide-Euler**.

Les 7 premiers nombres parfaits et comment ils se construisent

Les **7 premiers nombres parfaits** sont 6, 28, 496, 8128, 33550336, 8589869056 et 137438801328. Ils ne sortent pas d'une simple liste à apprendre : chacun se construit avec la formule $2^{p-1}(2^p - 1)$, mais seulement lorsque $2^p - 1$ est un *nombre de Mersenne premier*. C'est ce lien qui permet de comprendre, et pas seulement de mémoriser.

Par exemple, si $p=2$, alors $2^2 - 1 = 3$ est premier, donc on obtient $2^1 \times 3 = 6$. Si $p=3$, alors $2^3 - 1 = 7$ est premier, donc $2^2 \times 7 = 28$. Même logique pour $p=5$, 7, 13, 17 et 19, ce qui donne les sept valeurs ci-dessus. En revanche, si $p=1$, on a $2^1 - 1 = 1$, qui n'est pas premier : la construction échoue. **Voilà l'idée clé** : on teste d'abord

$2^n - 1$, puis on fabrique le nombre parfait. Cette méthode est plus utile qu'un inventaire, car elle montre *pourquoi* ces nombres sont rares.

496 est il un nombre parfait

Oui, 496 est un nombre parfait. Un nombre parfait est égal à la somme de ses diviseurs propres, c'est-à-dire tous ses diviseurs positifs sauf lui-même. Pour 496, on additionne 1, 2, 4, 8, 16, 31, 62, 124 et 248, et on obtient exactement 496.

nombre parfait définition

Un nombre parfait est un entier naturel égal à la somme de ses diviseurs propres. Les diviseurs propres sont les nombres qui divisent exactement ce nombre, sans inclure le nombre lui-même. Par exemple, 6 est parfait car $1 + 2 + 3 = 6$. C'est une notion classique en théorie des nombres.

Est-ce que 24 est un nombre parfait ?

Non, 24 n'est pas un nombre parfait. Ses diviseurs propres sont 1, 2, 3, 4, 6, 8 et 12. Leur somme vaut 36, ce qui est supérieur à 24. On dit donc que 24 est un nombre abondant, et non un nombre parfait. Les nombres parfaits proches sont beaucoup plus rares.

Comment vérifier que 496 est un nombre parfait ?

Pour vérifier que 496 est parfait, je liste ses diviseurs propres : 1, 2, 4, 8, 16, 31, 62, 124 et 248. Ensuite, je fais la somme. Si le total est égal au nombre de départ, alors il est parfait. Ici, la somme donne 496, donc 496 est bien un nombre parfait.

Pourquoi on dit que 64 est un nombre presque parfait ?

On dit que 64 est presque parfait car la somme de ses diviseurs propres vaut 63, soit exactement 64 moins 1. Ses diviseurs propres sont 1, 2, 4, 8, 16 et 32. Cette propriété caractérise les nombres presque parfaits. Les puissances de 2 comme 64 sont des exemples classiques de cette catégorie.

Quel est le nombre parfait entre 20 et 30 ?

Il n'existe aucun nombre parfait entre 20 et 30. Les premiers nombres parfaits sont 6, 28, 496 et 8128. Dans cet intervalle précis, le seul nombre parfait est 28. Si l'on parle strictement entre 20 et 30, alors la réponse est 28, car il appartient bien à cette plage.

Comment trouver si un nombre est parfait ?

Pour savoir si un nombre est parfait, je cherche tous ses diviseurs propres, c'est-à-dire les diviseurs positifs autres que lui-même. Je les additionne ensuite. Si la somme obtenue est exactement égale au nombre initial, alors c'est un nombre parfait. Sinon, il est déficient ou abondant selon le résultat.



Quels sont les nombres parfaits inférieure à 30 ?

Les nombres parfaits inférieurs à 30 sont 6 et 28. Pour 6, les diviseurs propres sont 1, 2 et 3, et leur somme donne 6. Pour 28, les diviseurs propres sont 1, 2, 4, 7 et 14, et leur somme vaut aussi 28. Il n'y en a pas d'autre sous 30.

Retenez l'idée essentielle : un nombre est parfait seulement si la somme de ses diviseurs propres est exactement égale à lui-même. Pour progresser, prenez quelques exemples comme 6, 28, 24, 64 et 496, listez leurs diviseurs, puis faites la somme calmement. C'est le meilleur entraînement pour éviter les erreurs classiques. Si vous enseignez ou révisez, transformez cela en petit jeu de vérification : c'est concret, rapide et très efficace.

Mis à jour le 05 mai 2026

[Continue sur maths-college.fr](https://maths-college.fr)

Maths collège - Document pédagogique