Maths collège

Parité d’une fonction : méthode simple pour ne plus se tromper

Apprenez à reconnaître une fonction paire, impaire ou ni l’une ni l’autre avec une méthode courte, des exemples clairs et des pièges à éviter.

Cours de mathématiques niveau

Mis à jour le 24 avril 2026

La parité d’une fonction se teste en comparant f(-x) à f(x) et à -f(x), à condition que le domaine soit symétrique par rapport à 0. Si f(-x)=f(x), la fonction est paire ; si f(-x)=-f(x), elle est impaire ; sinon, elle n’est ni paire ni impaire.

« Je remplace x par -x, et après je fais quoi ? » C’est souvent là que le doute commence. Beaucoup d’élèves savent calculer f(-x), mais oublient le point décisif : avant même de comparer, il faut regarder si le domaine de définition est symétrique par rapport à 0. Ensuite, tout devient plus simple. Avec un petit réflexe de vérification, on peut reconnaître très vite une fonction paire, impaire ou ni l’une ni l’autre. C’est exactement ce qu’il faut pour réussir un exercice sans se perdre dans des calculs inutiles.

En bref : les réponses rapides

Une fonction peut-elle n’être ni paire ni impaire ? — Oui. C’est même le cas le plus fréquent. Si f(-x) n’est égal ni à f(x) ni à -f(x), la fonction n’a pas de parité.

Le domaine doit-il toujours être symétrique pour parler de parité ? — Oui. Sans domaine symétrique par rapport à 0, on ne peut pas conclure qu’une fonction est paire ou impaire au sens habituel.

Comment étudier la parité d’une fonction trigonométrique ? — On commence par vérifier le domaine, puis on calcule f(-x) en utilisant les identités connues, par exemple cos(-x)=cos(x) et sin(-x)=-sin(x).

Une fonction constante est-elle paire ou impaire ? — Toute fonction constante est paire sur un domaine symétrique, car f(-x)=f(x). Elle n’est impaire que dans le cas particulier de la fonction nulle.

Parité d’une fonction : définition simple et réflexe immédiat

Une **fonction paire** vérifie $f(-x)=f(x)$ sur un **domaine de définition** symétrique par rapport à 0. Une **fonction impaire** vérifie $f(-x)=-f(x)$ sur ce même type de domaine. Si l’une de ces égalités échoue, la **parité d'une fonction** est : ni paire ni impaire.

Pour une **fonction numérique** d’une **variable réelle**, le réflexe est double. D’abord, regarder le **domaine de définition** : si x est autorisé, alors $-x$ doit l’être aussi. C’est le sens de *domaine symétrique par rapport à l’origine*. Ensuite seulement, on teste la formule avec $-x$. Dire “pour tout x du domaine” signifie qu’on ne vérifie pas sur deux ou trois nombres au hasard, mais sur chaque valeur admise. Si le domaine n’est pas symétrique, parler de **fonction paire** ou de **fonction impaire** n’a pas de sens au sens strict, même si l’expression semble le suggérer.

La **symétrie** se lit aussi sur la **représentation graphique**. Une fonction paire donne un tracé en miroir par rapport à l’axe des ordonnées. Une fonction impaire présente une symétrie centrale par rapport à l’**origine du repère**. Exemples classiques : $f(x)=x^2$ est paire car $(-x)^2=x^2$; $f(x)=x^3$ est impaire car $(-x)^3=-x^3$; $\cos(x)$ est paire ; $\sin(x)$ est impaire. En revanche, une fonction peut être *ni l’une ni l’autre*, même sur un domaine symétrique : par exemple $f(x)=x+1$ car $f(-x)=-x+1$, ce qui n’est ni égal à $f(x)$ ni à $-f(x)$.

Exemple 1 : $f(x)=5$. Le domaine est $\mathbb{R}$, donc symétrique. On calcule $f(-x)=5$. Comme $f(-x)=f(x)$, la fonction constante est **paire**. Elle n’est impaire que dans un seul cas particulier : la fonction nulle $f(x)=0$, car alors $0=-0$. Exemple 2 : $g(x)=\frac{1}{x}$. Son domaine est $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, encore symétrique. Puis $g(-x)=\frac{1}{-x}=-\frac{1}{x}=-g(x)$. Donc g est **impaire**. La méthode reste toujours la même : domaine, puis test avec $-x$.

Exercice 1 : $f(x)=x^4$. Domaine : $\mathbb{R}$. Test : $f(-x)=(-x)^4=x^4$, donc paire. Exercice 2 : $g(x)=x^5-x$. Domaine : $\mathbb{R}$. Test : $g(-x)=(-x)^5-(-x)=-x^5+x=-(x^5-x)$, donc impaire. Exercice 3 : $h(x)=x^2+x$. Domaine : $\mathbb{R}$. Test : $h(-x)=x^2-x$; ce n'est ni $h(x)$ ni $-h(x)$, donc ni paire ni impaire. Exercice 4 : $k(x)=\sqrt{x^2+1}$. Domaine : $\mathbb{R}$. Test : $k(-x)=\sqrt{(-x)^2+1}=\sqrt{x^2+1}$, donc paire.

À retenir

À retenir : pour décider la **parité d'une fonction**, je fais court : domaine symétrique, puis remplacement de x par $-x$. Si j'obtiens la même valeur, la fonction est paire ; si j'obtiens l'opposé, elle est impaire ; sinon, elle est ni paire ni impaire. Le repère mental aide beaucoup : *miroir vertical* pour paire, *symétrie centrale* autour de l'**origine du repère** pour impaire.

Comment déterminer la parité d'une fonction ? La méthode en 3 tests

Pour **déterminer la parité d'une fonction**, on applique une **méthode** très courte : vérifier si le **domaine de définition** est symétrique par rapport à 0, calculer ensuite $f(-x)$, puis comparer avec $f(x)$ et $-f(x)$. Si $f(-x)=f(x)$, la fonction est paire ; si $f(-x)=-f(x)$, elle est impaire ; sinon, elle n'a pas de parité. En pratique, cela se fait souvent en moins d'une minute.

Une fonction est **paire** si, pour tout x de son domaine, on a $f(-x)=f(x)$. Elle est **impaire** si, pour tout x de son domaine, $f(-x)=-f(x)$. Attention : avant tout calcul, le **domaine de définition** doit être symétrique par rapport à 0 ; sinon, la question de parité s'arrête immédiatement. C'est le point que beaucoup oublient quand ils cherchent *comment savoir si une fonction est paire ou impaire par le calcul*.

La rédaction scolaire tient en trois tests. On regarde d'abord si x appartient au domaine exactement quand $-x$ y appartient aussi. Puis on remplace x par $-x$ dans l'expression : c'est le calcul de $f(-x)$. Enfin, on compare. Si l'expression obtenue est identique à $f(x)$, la fonction est paire ; si elle est identique à $-f(x)$, elle est impaire ; sinon, elle est *ni l'une ni l'autre*. Cette procédure marche aussi pour une **fonction trigonométrique**, à condition de vérifier son domaine quand il n'est pas tout $\mathbb{R}$.

Test	Question à se poser	Conclusion possible
1. Domaine	Si x est autorisé, est-ce que $-x$ l'est aussi ?	Si non, pas de parité
2. Calcul	Quelle est l'expression de $f(-x)$?	On prépare la comparaison
3. Comparaison	A-t-on $f(-x)=f(x)$ ou $f(-x)=-f(x)$?	Paire, impaire, ou aucune

Exemple 1. Pour $f(x)=x^2+1$, le domaine est $\mathbb{R}$, donc symétrique. On calcule $f(-x)=(-x)^2+1=x^2+1=f(x)$. On rédige : “Pour tout $x\in\mathbb{R}$, $f(-x)=f(x)$; donc f est paire.” **Exemple 2.** Pour $g(x)=2x^3$, le domaine est encore $\mathbb{R}$. On obtient $g(-x)=2(-x)^3=-2x^3=-g(x)$. Donc g est impaire. C'est exactement **comment montrer qu'une fonction est paire ou impaire** dans une copie : domaine, calcul, conclusion.

Exemple 3. Pour $h(x)=x+1$, le domaine est symétrique, mais $h(-x)=-x+1$. Or $-x+1\neq x+1$ et $-x+1\neq-(x+1)=-x-1$. Donc h n'est ni paire ni impaire. Même réflexe pour les fonctions usuelles : le **cosinus** vérifie $\cos(-x)=\cos(x)$, donc il est pair ; le **sinus** vérifie $\sin(-x)=-\sin(x)$, donc il est impair. Pour une **fonction trigonométrique**, on pense toujours au domaine : par exemple, une expression avec $\tan(x)$ demande de vérifier les valeurs interdites avant d'étudier la parité. Des ressources comme **Khan Academy** reprennent cette logique de calcul simple.

Applications rapides avec corrigé. Pour $f(x)=x^4-3$, on a $f(-x)=(-x)^4-3=x^4-3=f(x)$: la fonction est paire. Pour $g(x)=5x^5-x$, on calcule $g(-x)=5(-x)^5-(-x)=-5x^5+x=-(5x^5-x)$: elle est impaire. Pour $h(x)=\frac{1}{x}$, le domaine est $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, symétrique, et $h(-x)=\frac{1}{-x}=-\frac{1}{x}$: elle est impaire. Enfin, pour $k(x)=\sqrt{x}$, le domaine est $[0,+\infty[$, non symétrique par rapport à 0 : aucune parité, sans même aller plus loin.

À retenir

À retenir : pour répondre vite à la question *comment déterminer la parité d'une fonction*, gardez ce réflexe : **domaine**, puis $f(-x)$, puis **comparaison**. Si le domaine n’est pas symétrique, c’est fini. Si $f(-x)=f(x)$, la fonction est paire ; si $f(-x)=-f(x)$, elle est impaire ; sinon, elle n’a pas de parité. Cette méthode, appuyée par un simple **tableau de tests**, suffit dans presque tous les exercices de collège et de début lycée.

Parité d'une fonction et symétrie — KhanAcademyFrancophone

Rédaction type pour une copie

Pour rédiger sans hésiter, écris presque toujours ceci : « **Le domaine de définition** est symétrique par rapport à 0. Pour tout x du domaine, on calcule $f(-x)$. Si l’on obtient $f(-x)=f(x)$, alors f est **paire**. Si l’on obtient $f(-x)=-f(x)$, alors f est **impaire**. En revanche, si aucune de ces deux égalités n’est vraie, la fonction n’est *ni paire ni impaire*. » Tu peux ensuite remplacer par le calcul exact : « Or $f(-x)=\dots$; donc $f(-x)=f(x)$ » ou « donc $f(-x)=-f(x)$ ». Cette rédaction est courte, rigoureuse et montre bien la méthode : on vérifie d’abord le domaine, puis on compare les deux expressions, par conséquent la conclusion est nette.

Reconnaître une fonction paire ou impaire sur un graphique sans se tromper

Sur une **représentation graphique**, une fonction paire se reconnaît par une **symétrie par rapport à l’axe des ordonnées** : la courbe se replie sur elle-même si l’on plie le repère selon l’axe y. Une fonction impaire, elle, présente une **symétrie centrale** par rapport à l’**origine du repère** : un demi-tour de centre O laisse la courbe inchangée. Pourtant, pour *reconnaître une fonction paire ou impaire sur un graphique*, l’œil seul ne suffit pas toujours : un tracé approximatif, un zoom trompeur ou un domaine mal lu peuvent conduire à une fausse conclusion.

Visuellement, la différence est simple. Si un point de la courbe a pour coordonnées $(a;b)$, une fonction paire doit aussi passer par $(-a;b)$: même hauteur, de part et d’autre de l’**axe des ordonnées**. Pour une fonction impaire, le point associé est $(-a;-b)$: on inverse à la fois l’abscisse et l’ordonnée, ce qui correspond à une **symétrie centrale** autour de O. Mais cette lecture n’a de sens que si le domaine est lui-même symétrique par rapport à 0 : si la courbe n’existe que pour $x\geq 0$, on ne peut conclure ni “paire” ni “impaire”, même si le dessin paraît régulier. Autre piège classique : une courbe décalée vers la droite peut sembler symétrique, alors que la symétrie ne se fait plus par rapport à l’axe y ni à l’origine.

Les **erreurs fréquentes** viennent souvent de détails négligés. Une fonction nulle, définie par $f(x)=0$, est un cas particulier : sa courbe est l'axe des abscisses, donc elle est à la fois paire et impaire, ce que beaucoup d'élèves oublient. Parmi les **contre-exemples**, pensez à une parabole dont le sommet est en $(1;0)$: elle “ressemble” à une courbe paire, mais sa symétrie se fait par rapport à la droite $x=1$, pas à l'axe des ordonnées. Autre cas piégeux : une courbe tracée seulement entre 0 et 5 ; impossible d'y lire une parité, faute de points pour $x<0$. Enfin, sur papier quadrillé ou sur écran, une légère imprécision peut faire croire que deux branches se correspondent alors que les points ne vérifient pas exactement la bonne **symétrie**. Bref, pour *reconnaître une fonction paire ou impaire sur un graphique*, il faut regarder la forme, puis contrôler le domaine et le centre réel de la symétrie.

Pièges, exercices corrigés et ouverture : partie paire / partie impaire

Pour progresser, entraînez-vous sur des cas simples puis sur des **contre-exemples piégeux**. Les **erreurs fréquentes** sont presque toujours les mêmes : oublier que le domaine doit être symétrique, confondre fonction nulle et fonction impaire, ou conclure trop vite à partir du seul graphique. Enfin, certaines fonctions se décomposent en **partie paire** et **partie impaire**, ce qui ouvre une méthode utile pour aller plus loin.

Rappel décisif : pour parler de parité, il faut que si x appartient au domaine, alors $-x$ y appartienne aussi. Une fonction est **paire** si, pour tout x du domaine, $f(-x)=f(x)$. Elle est **impaire** si, pour tout x du domaine, $f(-x)=-f(x)$. Le mot clé est *pour tout*. Un seul contre-exemple suffit donc à casser la conclusion. Autre piège : une fonction impaire n'est pas forcément négative, et une fonction paire n'est pas forcément positive. Par exemple, $f(x)=x^2-4$ est paire mais prend des valeurs négatives, tandis que $g(x)=x^3-2x$ est impaire et change de signe.

Voici la comparaison utile. Si le domaine est $[0;+\infty[$, la question de la parité n'a en général *pas de sens*, car $-x$ n'appartient pas toujours au domaine. La fonction nulle $f(x)=0$ est un cas spécial : elle est à la fois paire et impaire, ce qui surprend souvent. Enfin, le graphique aide, mais ne remplace pas le calcul : une symétrie “à l'œil” peut tromper. C'est fréquent avec une **fonction polynôme** comme $h(x)=x^2+x$, qui ressemble parfois à un cas simple alors que $h(-x)=x^2-x\neq h(x)$ et $\neq -h(x)$. Même vigilance avec une **fonction trigonométrique** :

$\cos(-x)=\cos(x)$ donc $\cos$ est paire, alors que $\sin(-x)=-\sin(x)$ donc $\sin$ est impaire.

Exemple 1. Pour $f(x)=x^2-4$, on calcule $f(-x)=(-x)^2-4=x^2-4=f(x)$. Donc f est paire. **Exemple 2.** Pour $g(x)=x^3-2x$, on obtient $g(-x)=(-x)^3-2(-x)=-x^3+2x=-(x^3-2x)=-g(x)$. Donc g est impaire. La méthode est toujours la même : remplacer x par $-x$, simplifier, puis comparer à $f(x)$ et à $-f(x)$, sans sauter d'étape.

Quelques cas de **parité d'une fonction exercices corrigés**. Débutant : $h(x)=x^2+x$. On a $h(-x)=x^2-x$; ce n'est ni $h(x)$ ni $-h(x)$, donc **ni paire ni impaire**. Intermédiaire : $k(x)=\sin(x)$. Comme $k(-x)=-\sin(x)$, la fonction est impaire. Piège : m définie sur $[0;+\infty[$ par $m(x)=x^2$. Même si la formule évoque une fonction paire, on ne conclut pas : le domaine n'est pas symétrique. Autre piège classique, proche de ce qu'on lit parfois sur **Wikipédia** : $n(x)=0$ est paire *et* impaire, car $n(-x)=0=n(x)$ et aussi $n(-x)=-0=-n(x)$.

À retenir

Ouverture utile : toute fonction définie sur un domaine symétrique peut se décomposer en **partie paire et partie impaire d'une fonction**. On pose

$$f_p(x)=\frac{f(x)+f(-x)}{2} \quad \text{et} \quad f_i(x)=\frac{f(x)-f(-x)}{2}.$$

Alors f_p est la **partie paire**, f_i la **partie impaire**, et $f(x)=f_p(x)+f_i(x)$. Exemple rapide : pour $f(x)=x^2+x$, on trouve $f_p(x)=x^2$ et $f_i(x)=x$. C'est une belle synthèse : même quand une fonction n'est ni paire ni impaire, elle contient souvent un peu des deux.

Exercices classés par niveau avec correction guidée

Réflexe unique : testez toujours en **3 étapes** : le domaine est-il symétrique par rapport à 0 ? calcule-t-on $f(-x)$? puis compare-t-on avec $f(x)$ et $-f(x)$? Ainsi, on décide vite : *paire*, *impaire* ou *ni l'une ni l'autre*, sans intuition trompeuse.

Une fonction est **paire** si, sur un domaine symétrique, $f(-x)=f(x)$; **impaire** si $f(-x)=-f(x)$; sinon, elle n'a *pas de parité*.

Pour un polynôme, les puissances paires donnent souvent une fonction paire, les puissances impaires une fonction impaire ; un mélange des deux conduit généralement à **aucune parité**.

$f(x)=x^2+4$: domaine symétrique, $f(-x)=(-x)^2+4=x^2+4=f(x)$, donc **paire**. $g(x)=x^3-2x$: domaine symétrique, $g(-x)=-x^3+2x=-(x^3-2x)=-g(x)$, donc **impaire**.

$h(x)=x^2+x$: domaine symétrique, $h(-x)=x^2-x$, ni égal à $h(x)$ ni à $-h(x)$, donc **ni paire ni impaire**.

$u(x)=3x^4$: test 1 oui, test 2 $u(-x)=3x^4$, test 3 égalité avec $u(x)$, donc paire. $v(x)=x^5+x^2$: test 1 oui, test 2 $v(-x)=-x^5+x^2$, test 3 échoue des deux côtés, donc aucune parité. $w(x)=\frac{1}{x+1}$ sur $[0,+\infty[$: le domaine n'est pas symétrique, donc *aucune conclusion de parité*, même si l'expression semble simple.

À retenir

À retenir : sans **domaine symétrique**, le test s'arrête. Sinon, comparez toujours $f(-x)$ à $f(x)$ puis à $-f(x)$.

comment savoir si une fonction est paire ou impaire par le calcul

Je calcule f(-x) puis je compare avec f(x) et -f(x), pour tout x du domaine. Si f(-x)=f(x), la fonction est paire. Si f(-x)=-f(x), elle est impaire. Si aucune égalité ne marche partout, elle n'est ni paire ni impaire. Il faut aussi vérifier que le domaine est symétrique par rapport à 0.

Comment déterminer la parité d'une fonction ?

Pour déterminer la parité d'une fonction, je commence par vérifier que si x appartient au domaine, alors -x y appartient aussi. Ensuite, je remplace x par -x dans l'expression. Si j'obtiens exactement f(x), la fonction est paire. Si j'obtiens -f(x), elle est impaire. Sinon, elle n'a pas de parité particulière.

Comment montrer qu'une fonction est paire ou impaire ?

Pour le montrer proprement, je rédige en deux étapes. D'abord, je précise que le domaine de définition est symétrique par rapport à 0. Ensuite, je calcule f(-x). Si ce calcul donne f(x), la fonction est paire. S'il donne -f(x), elle est impaire. Cette démonstration doit être valable pour tout x du domaine.

Quand une fonction est impaire ?

Une fonction est impaire lorsque, pour tout x de son domaine, on a f(-x)=-f(x). Son domaine doit donc être symétrique par rapport à 0. Graphiquement, sa courbe admet une symétrie centrale par rapport à l'origine. Des exemples classiques sont f(x)=x, f(x)=x^3 ou encore sin(x), sur leurs domaines habituels.

Comment déterminer la parité de la fonction ?

Je détermine la parité en testant la relation entre f(-x), f(x) et -f(x). Avant tout, je regarde si le domaine est symétrique par rapport à 0, sinon la fonction ne peut pas être paire ou impaire. Puis je simplifie f(-x). Si le résultat vaut f(x), elle est paire. S'il vaut -f(x), elle est impaire.

comment savoir si une fonction est paire ou impaire

Je remplace x par -x dans la fonction et je compare. Une fonction est paire si f(-x)=f(x), impaire si f(-x)=-f(x). Cette vérification doit être vraie pour toutes les valeurs du domaine. Il faut aussi penser au domaine de définition : s'il n'est pas symétrique par rapport à 0, la fonction n'est ni paire ni impaire.

comment déterminer la parité d'une fonction

La méthode la plus simple consiste à calculer f(-x). Je vérifie d'abord que le domaine contient x et -x en même temps. Ensuite, je compare l'expression obtenue à f(x) puis à -f(x). Si l'égalité avec f(x) est vraie, la fonction est paire. Si c'est l'égalité avec -f(x), elle est impaire. Sinon, aucune parité.

comment déterminer le domaine de définition d'une fonction trigonométrique

Pour trouver le domaine d'une fonction trigonométrique, je repère les valeurs interdites. Par exemple, sin(x) et cos(x) sont définies pour tout réel. En revanche, tan(x)=sin(x)/cos(x) n'est pas définie quand cos(x)=0, soit x=π/2+kπ. Pour une expression plus complexe, je combine aussi les contraintes des racines, dénominateurs et logarithmes.

Pour déterminer la parité d'une fonction, gardez toujours la même routine : vérifier d'abord le domaine, calculer ensuite f(-x), puis comparer avec f(x) et -f(x). Ce réflexe évite la majorité des erreurs. Si vous êtes élève, entraînez-vous sur quelques exemples très courts ; si vous êtes parent ou enseignant, transformez cette méthode en fiche-mémo. En mathématiques, une bonne question posée au bon moment vaut souvent mieux qu'un long calcul.