

PGCD et divisibilité : recherche par soustractions et Euclide

Calculer le plus grand diviseur commun de deux entiers et l'utiliser pour simplifier une fraction



45 min



fiche élève



Calculer un PGCD

Prénom : _____ Date : _____

Page source : <https://www.maths-college.fr/cours-maths-3eme/pgcd-divisibilite-3e.html>

Introduction

Une association prépare des lots identiques avec 84 carnets et 126 stylos. Elle veut faire le plus grand nombre possible de lots sans reste. Pour y parvenir, il faut chercher le plus grand diviseur commun aux deux quantités : le PGCD.

J'apprends

Imprimé

PGCD(a ; b)

Majuscule

PLUS GRAND COMMUN DIVISEUR



Mot-repère : Euclide ($252 = 180 \times 1 + 72$; $180 = 72 \times 2 + 36$; $72 = 36 \times 2 + 0$ donc $\text{PGCD}(252 ; 180) = 36$)

Je repère / J'applique / Je vérifie



Je repère

J'identifie les deux entiers et je choisis une méthode : soustractions pour comprendre, Euclide pour aller plus vite.



J'applique

J'effectue les soustractions ou les divisions euclidiennes jusqu'à obtenir un reste nul.



Je vérifie

Le dernier reste non nul doit diviser les deux nombres ; je l'utilise si besoin pour simplifier la fraction.

Mes exercices

Repérer les diviseurs communs

Complète le tableau en indiquant si le nombre proposé est un diviseur commun des deux entiers.

- 24 et 36 — [{"valeur": 2, "reponse_attendue": True}, {"valeur": 3, "reponse_attendue": True}, {"valeur": 5, "reponse_attendue": False}
- 45 et 60 — [{"valeur": 3, "reponse_attendue": True}, {"valeur": 4, "reponse_attendue": False}, {"valeur": 5, "reponse_attendue": True}

Calculer par soustractions successives

Calcule le PGCD en remplaçant à chaque étape le plus grand nombre par la différence des deux nombres.

- Calcule PGCD(48 ; 18) par soustractions successives.
- Calcule PGCD(65 ; 25) par soustractions successives.
- Calcule PGCD(84 ; 36) par soustractions successives.

Compléter l'algorithme d'Euclide

Remplace les égalités dans le bon ordre ou complète les nombres manquants pour trouver le PGCD.

- Pour PGCD(252 ; 180), complète : $252 = 180 \times 1 + \dots$; $180 = \dots \times 2 + 36$; $72 = 36 \times \dots + 0$. — ['72', '72', '2']
- Pour PGCD(221 ; 85), complète : $221 = 85 \times \dots + 51$; $85 = 51 \times 1 + \dots$; $51 = 34 \times 1 + \dots$; $34 = 17 \times \dots + 0$. — ['2', '34', '17', '2']

Écrire l'algorithme d'Euclide

Écris les divisions euclidiennes successives puis donne le PGCD.

- Calcule PGCD(312 ; 132) avec l'algorithme d'Euclide.
- Calcule PGCD(455 ; 195) avec l'algorithme d'Euclide.

Simplifier une fraction grâce au PGCD

Calcule le PGCD du numérateur et du dénominateur, puis rends la fraction irréductible.

- Simplifie la fraction 84/126.
- Simplifie la fraction 150/210.
- Simplifie la fraction 252/360.

Chrono calcul mental

En 3 essais maximum, trouve rapidement le PGCD ou le diviseur commun utile. Note ton score sur 10 à chaque essai.

Essai 1

mots justes

Essai 2

mots justes

Essai 3

mots justes

Mes objectifs (MCLM)

Niveau 1

Niveau 2

Niveau 3

—
mots correctement lus / min

—
mots correctement lus / min

—
mots correctement lus / min

Différenciation

Coup de pouce

Utiliser la liste des diviseurs pour de petits nombres avant de passer aux soustractions. Vérifier chaque diviseur en posant les divisions.

Parcours standard

Appliquer l'algorithme d'Euclide en posant clairement chaque division euclidienne et en entourant le dernier reste non nul.

Défi

Choisir la méthode la plus efficace, expliquer pourquoi elle fonctionne, puis utiliser le PGCD pour rendre une fraction irréductible ou résoudre un problème de partage.

Je m'auto-évalue



Acquis



En cours



À reprendre

- Je sais reconnaître un diviseur commun à deux entiers.
- Je sais calculer un PGCD par soustractions successives.
- Je sais appliquer l'algorithme d'Euclide sans oublier le dernier reste non nul.
- Je sais vérifier que le PGCD trouvé divise les deux nombres.
- Je sais utiliser le PGCD pour simplifier une fraction.

Suivi

Date	Note / 20	Erreur principale	À reprendre