

Réciproque de Pythagore : démontrer un angle droit



Reconnaître un triangle rectangle grâce à l'égalité des carrés des longueurs



45 min



fiche élève



Démontrer angle droit

Prénom : _____ Date : _____

Page source : <https://www.maths-college.fr/cours-maths-4eme/pythagore-reciproque-4e.html>

Introduction

Un menuisier veut vérifier que l'angle d'un cadre est parfaitement droit, mais son équerre est trop petite. Il mesure les trois côtés du triangle formé dans le coin du cadre : peut-il prouver que l'angle est droit uniquement avec ces longueurs ?

J'apprends

Imprimé

Si le plus grand côté vérifie $c^2 = a^2 + b^2$

Majuscule

RÉCIPROQUE DE PYTHAGORE



Mot-repère : 3-4-5 (Exemple repère : $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ et $5^2 = 25$, donc un triangle de côtés 3 cm, 4 cm et 5 cm est rectangle.)

Je repère / J'applique / Je vérifie



Je repère

Je cherche le plus grand côté du triangle : c'est le seul côté qui peut devenir l'hypoténuse.



J'applique

Je calcule séparément le carré du plus grand côté et la somme des carrés des deux autres côtés.



Je vérifie

Si les deux résultats sont égaux, j'utilise la réciproque de Pythagore pour conclure que le triangle est rectangle.

Mes exercices



Comparer les carrés

Complète le tableau puis indique si l'égalité de Pythagore est vérifiée.

1. ABC — AB = 6 cm, AC = 8 cm, BC = 10 cm
2. DEF — DE = 5 cm, DF = 12 cm, EF = 13 cm
3. GHI — GH = 7 cm, GI = 9 cm, HI = 11 cm



Vrai ou faux ?

Indique si chaque phrase est vraie ou fausse. Corrige les phrases fausses.

1. Dans un triangle de côtés 8 cm, 15 cm et 17 cm, le plus grand côté est 17 cm.
2. Pour utiliser la réciproque de Pythagore, on compare toujours le carré du plus petit côté avec la somme des deux autres
3. Si $10^2 = 6^2 + 8^2$, alors le triangle de côtés 6 cm, 8 cm et 10 cm est rectangle.
4. Si l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée, on peut conclure avec la contraposée que le triangle n'est pas rectangle.



Remettre une démonstration dans l'ordre

Remets les étapes de la démonstration dans le bon ordre pour le triangle MNP tel que MN = 9 cm, MP = 12 cm et NP = 15 cm.

1. Donc $NP^2 = MN^2 + MP^2$.
2. Le plus grand côté est NP, car 15 est le plus grand nombre.
3. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MNP est rectangle en M.
4. On calcule : $NP^2 = 15^2 = 225$.
5. On calcule : $MN^2 + MP^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$.



Choisir la bonne conclusion

Pour chaque triangle, choisis la bonne conclusion et justifie par un calcul.

1. RST — RS = 4 cm, RT = 7,5 cm, ST = 8,5 cm — ['Le triangle RST est rectangle en R.', 'Le triangle RST est rectangle en S.', "Le triangle RST n'est pas rectangle."]]
2. UVW — UV = 10 cm, UW = 24 cm, VW = 25 cm — ['Le triangle UVW est rectangle en U.', 'Le triangle UVW est rectangle en V.', "Le triangle UVW n'est pas rectangle."]]
3. XYZ — XY = 1,5 cm, XZ = 2 cm, YZ = 2,5 cm — ['Le triangle XYZ est rectangle en X.', 'Le triangle XYZ est rectangle en Y.', "Le triangle XYZ n'est pas rectangle."]]



Rédiger une preuve complète

Rédige une démonstration complète pour savoir si le triangle ABC est rectangle. On donne AB = 7,2 cm, AC = 9,6 cm et BC = 12 cm.

1. Identifier le plus grand côté, calculer BC^2 , calculer $AB^2 + AC^2$, comparer les résultats, citer la réciproque de Pythagore



Chrono calcul mental

En 3 essais, calcule rapidement les carrés et repère si l'égalité de Pythagore est vérifiée. Note ton score sur 10 à chaque essai.

Essai 1

 mots justes
Essai 2

 mots justes
Essai 3

 mots justes
Mes objectifs (MCLM)**Niveau 1**

 mots correctement lus / min
Niveau 2

 mots correctement lus / min
Niveau 3

 mots correctement lus / min
 **Différenciation**

● Parcours accompagné
Les carrés utiles sont fournis et le plus grand côté est déjà souligné. L'élève complète seulement la comparaison et la conclusion.

● Parcours standard
L'élève identifie le plus grand côté, effectue les calculs et rédige une conclusion guidée avec la formule de la réciproque.

● Parcours expert
L'élève traite des longueurs décimales, rédige seul la démonstration complète et distingue réciproque et contraposée selon le cas.

 **Je m'auto-évalue**

- Je sais repérer le plus grand côté d'un triangle.
- Je sais calculer le carré d'une longueur.
- Je sais comparer le carré du plus grand côté avec la somme des carrés des deux autres côtés.
- Je sais utiliser la réciproque de Pythagore pour prouver qu'un triangle est rectangle.
- Je sais rédiger une conclusion précise en indiquant le sommet de l'angle droit.

 **Suivi**

Date	Note / 20	Erreur principale	À reprendre