Maths collège

Pythagore théorème : formule, méthode et exercices brevet

Pythagore théorème : énoncé, formule, méthode, rédaction brevet et exercices progressifs pour réussir sans se tromper.

Cours de mathématiques niveau

Le théorème de Pythagore affirme que, dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés. Il sert à calculer une longueur manquante ou à vérifier si un triangle est rectangle avec la réciproque.

Vous hésitez toujours au moment d'écrire $a^2 + b^2 = c^2$, surtout quand il faut repérer l'hypoténuse sans se tromper ? C'est normal : beaucoup d'élèves connaissent la formule, mais perdent des points sur le vocabulaire, la rédaction ou le choix entre théorème et réciproque. Ici, l'objectif est simple : comprendre clairement l'énoncé, savoir l'appliquer dans le bon sens, éviter les erreurs classiques et rédiger comme au brevet. Que vous soyez en 4e, en 3e, parent ou enseignant, vous trouverez une méthode concrète, rassurante et facile à réutiliser.

En bref : les réponses rapides

Quand utiliser le théorème de Pythagore et quand utiliser sa réciproque ? — Le théorème sert à calculer une longueur dans un triangle déjà rectangle. La réciproque sert à prouver qu'un triangle est rectangle à partir de ses trois longueurs.
Comment savoir quel côté est l'hypoténuse ? — L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit. C'est aussi toujours le plus long côté du triangle rectangle.
Peut-on utiliser le théorème de Pythagore dans n'importe quel triangle ? — Non. Le théorème de Pythagore ne s'applique directement que dans un triangle rectangle.
À quoi servent les triplets pythagoriciens au collège ? — Ils permettent de reconnaître rapidement des longueurs compatibles avec un triangle rectangle, comme 3-4-5 ou 5-12-13, et de vérifier un résultat.

Comprendre le théorème de Pythagore : énoncé, formule et vocabulaire indispensable

Le **théorème de Pythagore** dit que, dans un **triangle rectangle**, le carré de la longueur de l'**hypoténuse** est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés. On écrit la *théorème de pythagore formule* ainsi : $a^2+b^2=c^2$, avec c pour l'hypoténuse, le plus long côté.

Pour bien comprendre l'**énoncé du théorème de pythagore**, il faut d'abord maîtriser le vocabulaire. Un triangle rectangle est un triangle qui possède un **angle droit**, donc un angle de 90°. Les deux côtés qui forment cet angle droit s'appellent les *côtés de l'angle droit*. Le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'**hypoténuse**. C'est toujours le plus long côté du triangle. Ce mot revient sans cesse au collège. Il faut donc le reconnaître vite. Dans une rédaction scolaire, on attend des phrases précises : "Le triangle est rectangle en A" ou "BC est l'hypoténuse car il est opposé à l'angle droit". C'est ce vocabulaire qui fait souvent la différence entre une réponse juste et une copie vraiment propre.

La propriété s'écrit de façon générale avec des lettres. Si un triangle a pour côtés de l'angle droit a et b, et pour hypoténuse c, alors on a

$$a^2+b^2=c^2.$$

Sur un triangle ABC, si le triangle est rectangle en A, alors l'hypoténuse est BC et on écrit

$$AB^2+AC^2=BC^2.$$

Voilà la base du **théorème de pythagore : calcul**. On l'utilise pour trouver une longueur quand on en connaît deux. Par exemple, si $AB=3$ cm et $AC=4$ cm, alors $BC^2=3^2+4^2=9+16=25$, donc $BC=\sqrt{25}=5$ cm. Le calcul compte. La rédaction aussi. Au brevet, on attend souvent une phrase complète avant et après l'égalité.

On confond parfois **énoncé**, **formule** et **propriété**. L'énoncé est la phrase en français : "Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse...". La formule est son écriture littérale : $a^2+b^2=c^2$. La propriété, c'est l'idée mathématique qu'on peut appliquer dans un exercice. **Pythagore** est aussi un personnage historique de l'Antiquité, souvent cité en cours, mais au collège on cherche surtout à savoir reconnaître la bonne situation et rédiger juste. Pour réviser, des ressources comme **Lumni** ou **Le blob** peuvent aider à revoir le sens du théorème sans entrer dans une démonstration savante. L'objectif reste simple : identifier le triangle rectangle, repérer l'hypoténuse, puis écrire la bonne relation.

Comment on calcule avec le théorème de Pythagore : méthode simple et rédaction type brevet

Pour savoir **comment on calcule le théorème de Pythagore**, on suit toujours la même méthode : vérifier que le triangle est rectangle, repérer l'**hypoténuse**, écrire la relation avec les bonnes lettres, remplacer par les mesures, puis calculer. Si l'on cherche l'hypoténuse, on additionne avant la **racine carrée** ; si l'on cherche un autre côté, on soustrait.

La méthode attendue au **brevet** tient en quatre lignes nettes. On rédige d'abord l'hypothèse : *"Le triangle ABC est rectangle en A."* On applique ensuite le théorème :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

si BC est l'**hypoténuse**. Puis on remplace par les valeurs connues, sans oublier les carrés et l'unité. Enfin, on conclut par une phrase complète. Pour **comment trouver l'hypoténuse**, prenons un **théorème de pythagore exemple** simple : dans un triangle rectangle, $AB = 6$ cm et $AC = 8$ cm. Alors

$$BC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

donc

$$BC = \sqrt{100} = 10$$

On écrit : *"Donc $BC = 10$ cm."* La valeur est cohérente, car l'hypoténuse est bien le plus long côté.

Le second cas sert à trouver la **longueur du troisième côté** quand l'hypoténuse est connue. Supposons un triangle DEF rectangle en D, avec $EF = 13$ cm et $DE = 5$ cm. Comme EF est l'**hypoténuse**, on écrit

$$EF^2 = DE^2 + DF^2$$

puis

$$13^2 = 5^2 + DF^2$$

donc

$$169 = 25 + DF^2$$

et ainsi

$$DF^2 = 169 - 25 = 144$$

d’où

$$DF = \sqrt{144} = 12$$

On conclut : *“Donc* $DF = 12$ *cm.”* Ici, on a soustrait avant la **racine carrée**, ce qui répond directement à la question **comment trouver la longueur du troisième côté d’un triangle**. En revanche, si vous obtenez un côté non hypoténuse plus grand que l’hypoténuse, le calcul est faux.

Avec la **calculatrice**, la vigilance compte autant que la formule. Tapez les carrés avec les parenthèses si besoin, puis la **racine carrée** en fin de calcul : par exemple $\sqrt{169 - 25}$. Si le résultat n’est pas entier, gardez la valeur exacte si elle est demandée, sinon arrondissez clairement : par exemple $\sqrt{45} \approx 6{,}7$ cm au dixième. En **rédaction brevet**, la structure complète reste la même : hypothèse, théorème, calcul, conclusion avec unité. Cette routine évite presque toutes les erreurs. Pour vérifier votre réponse, comparez les longueurs : l’**hypoténuse** doit rester la plus grande, et une distance trouvée dans une figure réaliste ne doit jamais sembler absurde.

LE COURS : Le théorème de Pythagore - Quatrième — Yvan Monka

La rédaction modèle à recopier presque mot pour mot

Pour une rédaction de **théorème de Pythagore** au brevet, on peut écrire presque toujours la même trame, courte et propre : *« Dans le triangle* ABC*, rectangle en* A*, d’après le théorème de Pythagore,* $BC^2 = AB^2 + AC^2$*. Or* $AB = 6$ *cm et* $AC = 8$ *cm, donc* $BC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$*. Ainsi* $BC = \sqrt{100} = 10$ *cm. Donc le côté* BC *mesure* 10 *cm.* » Cette forme rassure, parce qu’elle suit l’ordre attendu : **triangle**, angle droit, **relation**, remplacement, calcul, conclusion.

Si l’on cherche un côté qui n’est pas l’hypoténuse, la rédaction change seulement à la fin : *« Dans le triangle* DEF*, rectangle en* E*,* $DF^2 = DE^2 + EF^2$*. Or* $DF = 13$ *cm et* $DE = 5$ *cm, donc* $13^2 = 5^2 + EF^2$*. Ainsi* $169 = 25 + EF^2$*, donc* $EF^2 = 144$*, puis* $EF = \sqrt{144} = 12$ *cm.* » Le point clé est simple : quand on cherche un autre côté, on **isole** d’abord son carré, puis on prend la **racine carrée**. Cette rédaction modèle évite les oublis et donne une copie nette.

Théorème, réciproque ou contraposée : l’arbre de choix que les élèves auraient aimé avoir plus tôt

On utilise le **théorème de Pythagore** quand on sait déjà qu’on a un **triangle rectangle** et qu’on cherche une longueur. On utilise la **réciproque du théorème de pythagore** quand on connaît trois longueurs et qu’on veut prouver qu’un triangle est rectangle. On utilise la **contraposée du théorème de pythagore** quand on connaît trois longueurs et qu’on veut montrer qu’il ne l’est pas.

L’arbre mental le plus efficace tient en trois questions. **Je connais un angle droit ?** Si oui, je suis dans le théorème : dans un triangle rectangle en un sommet donné, le carré de l’hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, soit $AB^2 + AC^2 = BC^2$ si le triangle est rectangle en A. **Je connais les trois longueurs ?** Si oui, je bascule vers une démonstration. **Je veux calculer ou prouver ?** Calculer une longueur dans un triangle rectangle : théorème. Prouver qu’un triangle est rectangle : réciproque. Prouver qu’il ne l’est pas : contraposée. Le piège classique est de mélanger calcul et preuve, ou d’utiliser la réciproque sans avoir identifié le plus grand côté, alors que c’est lui qui doit jouer le rôle de l’hypoténuse potentielle.

Pour **comment rédiger la réciproque**, la structure brevet est très stable. On écrit d’abord les données, puis la comparaison des carrés, enfin la conclusion. Exemple bref : « Dans le triangle ABC, le plus grand côté est BC. D’une part, $AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$. D’autre part, $BC^2 = 5^2 = 25$. Donc $AB^2 + AC^2 = BC^2$. Par la **réciproque** du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A. » Pour **comment rédiger la contraposée**, on garde la même logique, mais la conclusion change : « Dans le triangle DEF, le plus grand côté est EF. Or $DE^2 + DF^2 = 6^2 + 7^2 = 85$ et $EF^2 = 10^2 = 100$. Comme $85 \neq 100$, on a $DE^2 + DF^2 \neq EF^2$. Par la **contraposée** du théorème de Pythagore, le triangle DEF n’est pas rectangle. » La nuance compte : la réciproque prouve un angle droit, la contraposée prouve son absence.

Cette grille évite aussi une confusion fréquente avec le **théorème de thalès**. **Thalès** sert à travailler sur des longueurs proportionnelles dans une configuration de droites parallèles, pas à tester si un angle est droit. Si l’énoncé parle de parallèles, d’agrandissement ou de réduction, pensez plutôt à Thalès. Si l’énoncé parle d’un *triangle rectangle*, d’une longueur manquante, ou de trois côtés à comparer, pensez Pythagore, sa **réciproque** ou sa **contraposée**. En pratique, beaucoup d’erreurs disparaissent dès qu’on se pose cette question simple : « Est-ce que je calcule une longueur, ou est-ce que je démontre la nature du triangle ? »

Les erreurs fréquentes avec le théorème de Pythagore et comment les éviter

Les **erreurs théorème de pythagore** les plus fréquentes sont simples à repérer : mauvaise **hypoténuse**, carrés oubliés, **racine carrée** absente à la fin, confusion entre théorème, **réciproque du théorème de pythagore** et **contraposée**, ou conclusion non justifiée. En *brevet maths*, une relecture ciblée évite la plupart de ces fautes et sécurise les points faciles.

Le piège numéro un concerne l'**hypoténuse**. Symptôme classique : l'élève écrit $AB^2 = AC^2 + BC^2$ alors que AB n'est pas le côté opposé à l'angle droit. C'est faux, car dans un **triangle rectangle**, l'hypoténuse est toujours le plus long côté et elle est en face de l'angle droit. Autre faute très fréquente : oublier les carrés et écrire $AB = AC + BC$, ou calculer $c^2 = 49$ puis répondre $c = 49$ sans passer par $\sqrt{49}$. Le bon réflexe est mécanique : repérer l'angle droit, nommer l'hypoténuse, écrire la formule complète, puis seulement remplacer. Si on cherche une longueur, on finit presque toujours par une **racine carrée**, par exemple $BC = \sqrt{25} = 5$. Attention aussi à la soustraction : pour trouver un côté de l'angle droit, on fait “hypoténuse au carré moins autre côté au carré”, donc quelque chose du type $a^2 = 13^2 - 5^2$, jamais l'inverse. Si le résultat sous la racine devient négatif, c'est qu'il y a une erreur de côté ou de formule.

- **Symptôme :** la conclusion annonce “le triangle est rectangle” après un simple calcul de longueur ; **pourquoi c'est faux :** le théorème sert à calculer, pas à prouver qu'un triangle est rectangle ; **réflexe :** utiliser la **réciproque du théorème de pythagore** si les trois longueurs sont connues.
- **Symptôme :** on écrit qu'un triangle n'est pas rectangle sans comparer correctement ; **pourquoi c'est faux :** seule la **contraposée** permet d'affirmer qu'il ne l'est pas si l'égalité n'est pas vérifiée ; **réflexe :** tester c^2 et $a^2 + b^2$ avec le plus grand côté.
- **Symptôme :** des unités disparaissent ; **pourquoi c'est faux :** au **brevet**, une longueur sans cm, m ou mm est incomplète ; **réflexe :** écrire l'unité à chaque résultat final, pas dans les carrés intermédiaires.
- **Symptôme :** la rédaction saute directement au résultat ; **pourquoi c'est faux :** une conclusion sans justification fait perdre des points ; **réflexe :** rédiger : “Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore…” puis conclure clairement.
- **Checklist rapide :** angle droit repéré, hypoténuse identifiée, formule avec carrés correcte, $\sqrt{}$ prise si besoin, comparaison adaptée entre théorème, réciproque du théorème de pythagore ou contraposée, unité et phrase finale présentes.

Exercices corrigés originaux : situations concrètes, niveaux progressifs et applications utiles

Durée 1h, 20 points

Le **théorème de Pythagore** sert à calculer une distance inaccessible, vérifier si un triangle est rectangle ou modéliser une situation réelle. Un bon **théorème de pythagore exercice corrigé** combine schéma, calcul, unité et conclusion rédigée, depuis l'application directe jusqu'au vrai sujet de brevet, avec un raisonnement clair et sans confusion entre théorème, réciproque et contraposée.

Exercice 1 (3 points)

Objectif : calculer une hauteur. Une échelle de **5 m** est appuyée contre un mur. Son pied est à **3 m** du mur. À quelle hauteur touche-t-elle le mur ? **Niveau :** 4e. **Méthode attendue :** reconnaître un triangle rectangle, l'échelle étant l'hypoténuse. **Piège :** ne pas écrire $5+3$ au lieu de comparer des carrés.

Schéma : Mur vertical, sol horizontal, échelle appuyée formant un triangle rectangle, base 3 m, hypoténuse 5 m, hauteur inconnue

Exercice 2 (3 points)

Objectif : trouver une diagonale utile. Un écran rectangulaire mesure **48 cm** de large et **36 cm** de haut. Calculer sa diagonale. **Niveau :** 4e. **Méthode attendue :** appliquer $d^2 = 48^2 + 36^2$. **Piège :** oublier l'unité ou mal extraire la racine carrée. Cet *exercice théorème de pythagore* illustre aussi la **distance en ligne droite**, utile en cartographie, en **navigation** ou en **géolocalisation** à échelle simple.

Exercice 3 (4 points)

Objectif : choisir le trajet le plus court. Dans une cour rectangulaire de **30 m** sur **40 m**, un élève traverse en diagonale. Comparer ce trajet à celui qui longe deux côtés. **Niveau :** 4e-3e. **Méthode attendue :** calculer la diagonale puis comparer avec $30+40$. **Piège :** croire que la diagonale est plus longue parce qu'elle “coupe” le rectangle. On touche ici à la **distance euclidienne**, base de l'**arpentage** et des plans.

Exercice 4 (4 points)

Objectif : vérifier un angle droit sur un terrain. Un jardinier mesure trois côtés d'un triangle : **6 m**, **8 m** et **10 m**. Le coin est-il rectangle ? **Niveau :** 3e. **Méthode attendue :** utiliser la réciproque : si $6^2+8^2=10^2$, alors le triangle est rectangle. **Piège :** ne pas identifier le plus grand côté. Astuce mentale : reconnaître les **triplets pythagoriciens**, comme $(3;4;5)$ ou $(6;8;10)$.

Exercice 5 (6 points)

Objectif : résoudre un exercice type brevet avec rédaction. Sur un quadrillage, on place $A(1;2)$ et $B(7;10)$. Calculer AB puis dire si un déplacement de 6 cases horizontalement et 8 verticalement correspond à un triplet connu. **Niveau :** 3e. **Méthode attendue :** modéliser un triangle rectangle de côtés 6 et 8. **Piège :** confondre coordonnées et longueurs. C'est un vrai *théorème de pythagore exercice*, très proche du brevet.

Correction

Exercice 1 : dans le triangle rectangle, si h est la hauteur, alors $h^2+3^2=5^2$, donc $h^2=25-9=16$ et $h=4$. L'échelle touche le mur à **4 m**. Exercice 2 : $d^2=48^2+36^2=2304+1296=3600$, donc $d=60$. La diagonale mesure **60 cm**. Exercice 3 : $d^2=30^2+40^2=2500$, donc $d=50$; longer les côtés donne 70. La diagonale est plus courte de **20 m**. Exercice 4 : $6^2+8^2=36+64=100=10^2$; par la réciproque, le triangle est rectangle. Exercice 5, rédaction type brevet : "Dans le repère, l'écart horizontal entre A et B est $7-1=6$ et l'écart vertical est $10-2=8$. Le triangle construit est rectangle. D'après le théorème de Pythagore, $AB^2=6^2+8^2=36+64=100$. Donc $AB=10$. Le déplacement correspond au **triplet pythagoricien** $(6;8;10)$." Voilà **quelle est l'utilité du théorème de pythagore** : mesurer vite, vérifier juste, raisonner proprement.

Comment rédiger la réciproque du théorème de Pythagore ?

Je la rédige ainsi : si, dans un triangle, le carré du plus long côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle. Il faut bien préciser quel est le plus long côté, puis conclure que l'angle opposé à ce côté est droit.

Comment on calcule le théorème de Pythagore ?

Dans un triangle rectangle, on applique la relation : hypoténuse^2 = côté 1^2 + côté 2^2. Si je cherche un côté de l'angle droit, je transforme la formule : côté^2 = hypoténuse^2 − autre côté^2. Ensuite, je prends la racine carrée pour obtenir la longueur recherchée.

Comment trouver la longueur du troisième côté d'un triangle ?

Si le triangle est rectangle, je peux utiliser le théorème de Pythagore. Je connais deux côtés, puis je calcule le troisième avec la bonne formule selon qu'il s'agit de l'hypoténuse ou d'un autre côté. Sans angle droit, ce théorème ne s'applique pas directement.

Comment trouver l'hypoténuse ?

L'hypoténuse est le côté le plus long d'un triangle rectangle, opposé à l'angle droit. Pour la trouver, je calcule : hypoténuse = √(côté 1^2 + côté 2^2). Il suffit donc de mettre au carré les deux autres côtés, d'additionner, puis de prendre la racine carrée du résultat.

Quelle est l'utilité du théorème de Pythagore ?

Le théorème de Pythagore sert à calculer une longueur manquante dans un triangle rectangle. Je l'utilise aussi pour vérifier si un triangle est rectangle grâce à sa réciproque. Il est très utile en géométrie, en construction, en architecture, en physique et dans de nombreux problèmes concrets.

Quelle est la réciproque de Pythagore ?

La réciproque du théorème de Pythagore dit que si, dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle. C'est une propriété très pratique pour démontrer qu'un angle mesure 90 degrés.

Comment faire la réciproque du théorème de Pythagore ?

Je commence par identifier le plus grand côté du triangle. Ensuite, je calcule son carré et je compare avec la somme des carrés des deux autres côtés. Si les deux valeurs sont égales, alors je peux conclure, avec la réciproque du théorème de Pythagore, que le triangle est rectangle.

Comment rédiger la contraposée du théorème de Pythagore ?

Je peux l'écrire ainsi : si, dans un triangle, le carré du plus long côté n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle n'est pas rectangle. Cette contraposée permet de prouver rapidement qu'un triangle ne possède pas d'angle droit.

Retenir le théorème de Pythagore, ce n'est pas seulement apprendre une formule : c'est savoir reconnaître un triangle rectangle, identifier l'hypoténuse et rédiger proprement.

Pour progresser vite, entraînez-vous toujours en trois étapes : repérer, écrire la bonne égalité, puis conclure avec une phrase complète. Si un exercice vous bloque, reprenez l'arbre de décision et les erreurs fréquentes : ce sont souvent eux qui font gagner les points au brevet.

Mis à jour le 05 mai 2026