Maths collège

# Réciproque du théorème de Pythagore : méthode simple

Apprenez à prouver qu'un triangle est rectangle avec la réciproque du théorème de Pythagore, sans confondre théorème et contraposée.

Cours de mathématiques niveau

**La réciproque du théorème de Pythagore permet de démontrer qu'un triangle est rectangle. Si le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle au sommet opposé à ce plus grand côté.**

Votre enfant hésite entre théorème, réciproque et contraposée au moment de rédiger ? C'est très fréquent en 4e et en 3e, surtout quand il faut repérer vite le plus grand côté et éviter d'appeler « hypoténuse » un côté trop tôt. Ici, l'idée essentielle est simple : on ne cherche pas une longueur manquante, on vérifie la nature du triangle. Avec une méthode claire, un tableau décisionnel et des exemples où l'égalité est vraie ou fausse, il devient beaucoup plus facile de savoir quelle propriété utiliser et comment rédiger sans erreur.

## En bref : les réponses rapides

**Peut-on utiliser la réciproque si les longueurs sont données dans le désordre ?** — Oui, mais il faut d'abord identifier le plus grand côté. La comparaison se fait toujours avec le carré de la plus grande longueur.
**Pourquoi ne faut-il pas parler d'hypoténuse avant la conclusion ?** — Parce qu'un côté n'est appelé hypoténuse que dans un triangle déjà reconnu rectangle. Avant cela, on parle simplement du plus grand côté.
**Que faire si l'égalité n'est pas vraie exactement à cause des arrondis ?** — Au collège, on conclut seulement si l'égalité est exacte ou si l'énoncé précise un arrondi. Sinon, la réciproque ne permet pas d'affirmer que le triangle est rectangle.
**La contraposée de Pythagore sert-elle à la même chose que la réciproque ?** — Non. La réciproque prouve qu'un triangle est rectangle, tandis que la contraposée permet de montrer qu'il ne l'est pas quand l'égalité n'est pas vérifiée.

## À quoi sert la réciproque du théorème de Pythagore ?

La **réciproque du théorème de Pythagore** sert à prouver qu'un **triangle rectangle** est bien rectangle. Ici, on ne cherche pas une longueur. On vérifie une nature. Si, dans un triangle, le carré du **plus grand côté** est égal à la somme des carrés des deux autres, alors l'angle opposé à ce côté est droit.

En **mathématiques**, cette idée change le sens habituel du théorème de Pythagore. Le théorème classique part d'un triangle déjà rectangle pour écrire une **formule**, par exemple dans un triangle $ABC$ rectangle en $A$ : $BC^2 = AB^2 + AC^2$. La réciproque, elle, fait l'inverse : dans un triangle quelconque, si le *plus grand côté* vérifie cette égalité, alors on peut conclure que le triangle est rectangle. Exemple type : si $BC$ est le plus grand côté et si $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle $ABC$ est rectangle en $A$. Le détail décisif est là. On teste toujours le plus grand côté, pas n'importe lequel.

Cette précision évite une erreur fréquente au **collège**. Beaucoup d'élèves parlent trop tôt d'**hypoténuse**. Or ce mot ne s'emploie qu'après la preuve : tant que le triangle n'est pas reconnu rectangle, on dit seulement *le plus grand côté*. Pour bien s'orienter dans le cours collège, retenez l'idée simple : le théorème calcule, la réciproque démontre, et la contraposée permet de montrer qu'un triangle n'est pas rectangle si l'égalité n'est pas vraie. Par conséquent, la **réciproque du théorème de pythagore** est l'outil de base pour décider rapidement de la nature d'un triangle avant de rédiger proprement une démonstration.

## Comment savoir s'il faut utiliser le théorème, la réciproque ou la contraposée ?

Pour choisir la bonne propriété, regarde **la question posée**. Si tu cherches une longueur dans un triangle déjà rectangle, tu appliques le **théorème de Pythagore** et sa formule $a^2 + b^2 = c^2$. Si tu veux montrer qu'un triangle est rectangle, tu utilises la **réciproque**. Si tu veux prouver qu'il ne l'est pas, tu prends la **contraposée de Pythagore**.

La vraie **différence théorème et réciproque** tient au sens du raisonnement. Le théorème part d'un triangle rectangle et donne une égalité de carrés. La réciproque fait l'inverse : on part d'une égalité vraie entre les longueurs pour conclure que le triangle est rectangle. En revanche, la **contraposée** part d'une inégalité, donc d'une égalité fausse, pour conclure qu'il ne l'est pas. Le piège classique est de mélanger les phrases de rédaction. On n'écrit pas " $AB^2 + AC^2 = BC^2$ donc j'utilise le théorème" si le triangle n'est pas encore reconnu rectangle. Autre vigilance : le mot *hypoténuse* est réservé à un triangle déjà prouvé rectangle. Avant cela, parle seulement du **plus grand côté**.

| Propriété | Situation de départ | Données nécessaires | Conclusion obtenue | Formulation correcte | Erreur fréquente |
|---|---|---|---|---|---|
| Théorème | Le triangle est rectangle | Deux longueurs ou trois longueurs | On calcule une longueur | “Dans le triangle $ABC$ rectangle en $A$, $BC^2 = AB^2 + AC^2$.” | Utiliser “rectangle” sans que ce soit donné |
| Réciproque | On connaît les trois longueurs | Vérifier que le plus grand côté satisfait $c^2 = a^2 + b^2$ | Le triangle est rectangle | “Comme $BC^2 = AB^2 + AC^2$, le triangle $ABC$ est rectangle en $A$.” | Choisir le mauvais côté pour $c$ |
| Contraposée | On connaît les trois longueurs | Montrer que $c^2 \neq a^2 + b^2$ | Le triangle n’est pas rectangle | “Comme $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$, $ABC$ n’est pas rectangle.” | Conclure “rectangle” avec une égalité fausse |

Pour savoir **quand utiliser la réciproque du théorème de Pythagore**, commence toujours par repérer le plus grand côté. C’est mécanique. Compare les longueurs, prends la valeur numérique maximale, puis vérifie que toutes les mesures sont dans la **même unité**. Ne choisis jamais au hasard. Si les longueurs sont $6$, $8$ et $10$, le plus grand côté est $10$ ; on teste donc $10^2$ face à $6^2 + 8^2$. Si l’égalité est vraie, la réciproque fonctionne. Si elle est fausse, la contraposée suffit. Les notions de **carré parfait** et de **racine carrée** aident parfois : par exemple, si $a^2 + b^2 = 49$, alors $c = \sqrt{49} = 7$. Cette logique existe ailleurs en géométrie, notamment avec le **théorème de Thalès** et la **réciproque du théorème de Thalès** : là aussi, tout dépend de ce qu’on sait au départ et de ce qu’on veut démontrer.

# I

*RÉCIPROQUE du théorème de PYTHAGORE – 4ème — CQFE maths*

### Le réflexe pour repérer le plus grand côté sans se tromper

Le bon réflexe est simple : **réécris toujours les trois longueurs dans l'ordre croissant**, **vérifie les unités**, puis **entoure la plus grande**. C'est seulement après cela qu'on teste l'égalité de la réciproque, sous la forme $a^2+b^2=c^2$, avec $c$ comme côté le plus long. Ce tri évite presque toutes les erreurs.

Exemple concret : si l'énoncé donne $7{,}9$ cm, $8$ cm et $3$ cm, on écrit d'abord $3$ cm, $7{,}9$ cm, $8$ cm ; le plus grand côté est donc $8$ **cm**. Attention à deux pièges fréquents : des décimaux très proches, comme $6{,}99$ m et $7$ m, et des longueurs données *dans le désordre* pour vous piéger. Autre vérification rapide : ne mélangez jamais cm et m. Si besoin, convertissez avant de calculer. Ensuite seulement, comparez $3^2+7{,}9^2$ à $8^2$.

## Méthode complète : comment rédiger correctement la réciproque du théorème de Pythagore

Pour **rédiger correctement la réciproque du théorème de Pythagore**, suivez toujours le même ordre : repérer le **plus grand côté**, calculer son carré, calculer la somme des carrés des deux autres côtés, comparer les deux résultats, puis conclure avec une phrase exacte. Si l'**égalité** est vraie, le triangle est rectangle au bon **sommet**. Si elle est fausse, la réciproque ne s'applique pas.

Dans une copie, la bonne **rédaction mathématique** commence par nommer le triangle. Écrivez par exemple : *Dans le triangle ABC*. Ensuite, cherchez le côté le plus long. C'est lui qu'on teste, sans l'appeler trop tôt hypoténuse, car justement on ne sait pas encore si le triangle ABC est rectangle. Si $BC$ est le plus grand côté, on calcule d'abord $BC^2$, puis $AB^2+AC^2$. C'est la base pour répondre à la question **comment savoir si un triangle est rectangle avec Pythagore**. La structure attendue est simple et toujours la même : *Dans le triangle ABC, le plus grand côté est* $BC$*. D'une part,* $BC^2=\dots$ *D'autre part,* $AB^2+AC^2=\dots$*.* Cette régularité évite les oublis et rend la correction facile.

La comparaison vient juste après. Si vous trouvez par exemple $BC^2=169$ et $AB^2+AC^2=169$, vous pouvez écrire que $BC^2=AB^2+AC^2$. C'est seulement à ce moment-là qu'on utilise la **phrase de la réciproque de Pythagore** : *Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.* Le sommet doit être précis : si $BC$ est le plus grand côté, l'angle droit est au sommet opposé, donc en $A$. Si l'égalité est fausse, par exemple $BC^2=170$ et $AB^2+AC^2=169$, on n'écrit pas que le triangle n'est pas rectangle *grâce à la réciproque* ; on écrit seulement que **la réciproque ne permet pas de conclure**. Voilà concrètement **comment fait-on la réciproque du théorème de Pythagore**.

Les erreurs fréquentes coûtent vite des points. Oublier *dans le triangle ABC*, écrire directement *l'hypoténuse est*, conclure seulement *le triangle est rectangle* sans préciser le **sommet**, ou inverser égalité et conclusion sont des fautes classiques. Attention aussi aux unités : si les longueurs sont en cm, les carrés sont en $cm^2$. Écrire $5^2+12^2=13$ est faux ; il faut $5^2+12^2=13^2$. Une rédaction propre ressemble à cela : *Dans le triangle ABC, le plus grand côté est* $BC$*. On calcule* $BC^2$ *et* $AB^2+AC^2$*. On constate que* $BC^2=AB^2+AC^2$*. Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.*

> **À retenir**
> *Dans le triangle ABC, si le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors le triangle ABC est rectangle au sommet opposé au plus grand côté.*

## Exemples corrigés : égalité vraie, égalité fausse et cas pièges

Pour bien comprendre la **réciproque**, il faut tester plusieurs cas concrets. Si l'**égalité vraie** de Pythagore est vérifiée avec le **plus grand côté**, alors on prouve que le triangle est rectangle. Si l'**égalité fausse** apparaît, on ne conclut pas par la réciproque ; en revanche, la contraposée permet parfois d'affirmer que le triangle n'est pas rectangle.

Prenons un cas simple, très classique en **exercice théorème de pythagore** : un triangle de côtés $3$ cm, $4$ cm et $5$ cm. Le plus grand côté est $5$. On teste donc $3^2+4^2=5^2$, soit $9+16=25$, donc $25=25$. L'égalité est vraie. Par conséquent, le triangle est rectangle, et l'angle droit est opposé au côté de $5$ cm. Ce raisonnement résume bien le lien entre le **théorème de pythagore et sa réciproque** : on ne part pas d'un angle droit, on le démontre. À l'inverse, avec des décimaux, prenons $4{,}2$ cm, $5{,}1$ cm et $6{,}8$ cm. Le plus grand côté est $6{,}8$. On calcule $4{,}2^2+5{,}1^2=17{,}64+26{,}01=43{,}65$, alors que $6{,}8^2=46{,}24$. Comme $43{,}65\neq46{,}24$, l'égalité est fausse. On ne peut donc pas dire que le triangle est rectangle ; mieux, par la contraposée, on conclut qu'il ne l'est pas.

Le cas piège est fréquent : l'élève choisit mal le côté à mettre au carré seul. Par exemple, avec $6$ cm, $8$ cm et $7$ cm, certains testent $6^2+7^2=8^2$ sans même vérifier quel côté est le plus grand. Ici, le plus grand côté est bien $8$, donc ce test est autorisé, mais il donne $36+49=85$ et $8^2=64$ : l'égalité est fausse. Le vrai piège serait avec $5$, $12$ et $13$ si l'on écrivait $5^2+13^2=12^2$, ce qui n'a aucun sens pour la réciproque, car *le plus grand côté doit rester seul*. Ce réflexe évite beaucoup d'erreurs vues sur **Lumni**, **Kartable** ou même dans certaines lectures rapides de **Wikipédia**. En ouverture, les **triangles semblables**

utilisent aussi des rapports et des vérifications précises, mais ce n’est pas la même idée : ici, on cherche un angle droit, pas une proportion. Avant un contrôle, automatisez trois gestes : repérer le plus grand côté, comparer les carrés, puis rédiger la conclusion exacte. C’est la meilleure base avant les exercices de révision.

## Comment rédiger la réciproque du théorème de Pythagore ?

Je la rédige ainsi : si, dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle. Il faut bien nommer le plus grand côté, écrire l’égalité des carrés, puis conclure sur l’angle droit, situé en face du plus grand côté.

## C'est quoi la réciproque de Pythagore ?

La réciproque du théorème de Pythagore est une propriété qui permet de prouver qu’un triangle est rectangle à partir des longueurs de ses côtés. Si le carré du plus long côté est égal à la somme des carrés des deux autres, alors le triangle est rectangle. On part donc des mesures, pas d’un angle connu.

## Quelle est la phrase du théorème de Pythagore ?

La formulation classique est : dans un triangle rectangle, le carré de l’hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés. Autrement dit, si un triangle est rectangle, alors on peut relier ses trois longueurs avec cette égalité. Le théorème sert surtout à calculer une longueur manquante.

## Quand utiliser la réciproque du théorème de Pythagore ?

J’utilise la réciproque quand je connais les trois longueurs d’un triangle et que je veux vérifier s’il est rectangle. On compare alors le carré du plus grand côté avec la somme des carrés des deux autres. Si l’égalité est vraie, on peut conclure que le triangle est rectangle. C’est un outil de démonstration.

## Comment rédiger la réciproque de Thalès ?

La réciproque de Thalès se rédige ainsi : si, dans une figure, des points sont alignés dans le même ordre et que les longueurs correspondantes sont proportionnelles, alors les droites sont parallèles. Il faut donc vérifier l’alignement, écrire les rapports égaux, puis conclure au parallélisme. La logique est proche d’une preuve géométrique structurée.

## Comment savoir si un triangle est rectangle avec Pythagore ?

Pour savoir si un triangle est rectangle, je prends le plus grand côté, je calcule son carré, puis j’additionne les carrés des deux autres côtés. Si les deux résultats sont égaux, le triangle est rectangle. En revanche, si l’égalité n’est pas vérifiée, il ne l’est pas. C’est l’application directe de la réciproque.

## Quelle est la différence entre le théorème de Pythagore et la réciproque ?

La différence est le sens du raisonnement. Le théorème de Pythagore part d'un triangle rectangle pour établir une relation entre les côtés. La réciproque fait l'inverse : elle part de la relation entre les longueurs pour conclure que le triangle est rectangle. L'un sert à calculer, l'autre à démontrer la nature du triangle.

## Quelle est la différence entre le théorème et la réciproque ?

Un théorème affirme qu'une propriété entraîne une conséquence. Sa réciproque inverse le sens : elle dit que la conséquence permet de retrouver la propriété initiale, si cela est vrai. En géométrie, il faut bien distinguer les deux, car un théorème n'implique pas toujours que sa réciproque soit automatiquement vraie.

Retenez le réflexe le plus utile : commencez toujours par identifier le plus grand côté, puis comparez son carré à la somme des carrés des deux autres. Si l'égalité est vraie, vous pouvez conclure que le triangle est rectangle ; sinon, il ne l'est pas. Pour progresser durablement, entraînez-vous avec de petits cas variés et appliquez à chaque fois la même rédaction. C'est cette régularité qui fait gagner en confiance et en rapidité.

*Mis à jour le 05 mai 2026*

**Continue sur maths-college.fr**

Maths collège - Document pédagogique