Maths collège

Sinus 2x : formule simple, exemples et erreurs à éviter

Sinus 2x : retenez $\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$, avec explications simples, exemples corrigés et erreurs fréquentes à éviter.

Cours de mathématiques niveau

La formule du sinus 2x est $\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$. C'est une identité trigonométrique valable pour tout réel x, très utile pour simplifier un calcul, résoudre une équation ou éviter la confusion avec 2sin(x).

Tu t'es déjà demandé pourquoi sin(2x) ne vaut pas simplement 2sin(x) ? C'est une confusion très fréquente, même chez des élèves à l'aise en calcul. En réalité, le sinus d'un angle double suit une règle précise : il dépend à la fois de sin(x) et de cos(x). Si tu es en 3e, au lycée, ou parent d'un élève, le plus utile est d'avoir une formule claire, une explication visuelle simple et quelques exemples qui tombent souvent en exercice. Avec ça, la trigonométrie paraît tout de suite plus logique et bien moins intimidante.

En bref : les réponses rapides

Pourquoi sin(2x) n'est-il pas égal à 2sin(x) ? — Parce que la formule exacte est $\sin(2x)=2\sin(x)\cos(x)$. Le facteur cos(x) est indispensable, sinon l'égalité est fausse dans la plupart des cas.

Comment retrouver sin(2x) à partir de la formule d'addition ? — On part de $\sin(a+b)=\sin(a)\cos(b)+\cos(a)\sin(b)$, puis on remplace a et b par x. On obtient alors $\sin(2x)=\sin(x)\cos(x)+\cos(x)\sin(x)=2\sin(x)\cos(x)$.

Quels sont les zéros de la fonction sin(2x) ? — $\sin(2x)=0$ quand $2x=k\pi$, donc $x=k\pi/2$, avec k entier. Les zéros sont donc deux fois plus rapprochés que pour sin(x).

Quel rapport entre sin(2x) et la dérivée de $\sin^2(x)$? — La dérivée de $\sin^2(x)$ vaut $2\sin(x)\cos(x)$, donc sin(2x). C'est une application directe de la dérivation d'une fonction composée.

Quelle est la formule de sinus 2x ?

La formule à connaître est $\sin(2x)=2\sin(x)\cos(x)$. C'est la **formule angle double**. Elle transforme le **sinus 2x** en produit de $\sin(x)$ et $\cos(x)$, ce qui simplifie beaucoup les calculs, les démonstrations et les exercices de *trigonométrie*.

En trigonométrie circulaire, $\sin(2x)=2\sin(x)\cos(x)$ est une **identité trigonométrique**, donc une égalité vraie pour *tout réel* x. Les notations sont simples : x est un angle, $\sin(x)$ son sinus, $\cos(x)$ son cosinus, et $\sin(2x)$ le sinus de l'angle doublé. Sur le **cercle trigonométrique**, sinus et cosinus décrivent les coordonnées d'un point associé à l'angle x ; l'angle $2x$ correspond au même principe, mais avec une rotation deux fois plus grande. Cette identité figure dans tous les formulaires de trigonométrie circulaire, du lycée à l'université, et des outils comme **Mathway** l'utilisent constamment.

Cette formule sert à réécrire une expression pour factoriser, résoudre une équation ou calculer une valeur exacte. Par exemple, si l'on connaît $\sin(x)$ et $\cos(x)$, on obtient aussitôt $\sin(2x)$. En revanche, une confusion revient souvent : $\sin(2x)\neq 2\sin(x)$. Le facteur $\cos(x)$ est indispensable. Sans lui, le résultat est faux, sauf cas particuliers.

Exemple 1 : pour $x=\frac{\pi}{6}$, on a $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$ et $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$. Donc $\sin\left(2\times\frac{\pi}{6}\right)=2\times\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.
Exemple 2 : si $\sin(x)=\frac{3}{5}$ et $\cos(x)=\frac{4}{5}$, alors $\sin(2x)=2\times\frac{3}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{24}{25}$.

Exercice 1 : calculer $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$ via $x=\frac{\pi}{6}$; on trouve $2\times\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. Exercice 2 : avec $\sin(x)=0{,}8$ et $\cos(x)=0{,}6$, calculer $\sin(2x)$; résultat : $2\times 0{,}8\times 0{,}6=0{,}96$. Exercice 3 : dire si $\sin(2x)=2\sin(x)$ est vrai ; non, car il manque $\cos(x)$.

À retenir

À retenir : la bonne formule est $\sin(2x)=2\sin(x)\cos(x)$. Elle est valable pour tout x, relie directement *sinus* et *cosinus*, et constitue une base de la trigonométrie.

Comment démontrer et utiliser sin(2x) dans un exercice ?

Pour utiliser $\sin(2x)$, on remplace directement par $2\sin(x)\cos(x)$, puis on simplifie avec une valeur connue ou une identité comme $\cos^2(x)+\sin^2(x)=1$. Cette écriture sert à obtenir une *valeur exacte*, transformer une expression d'**algèbre** ou résoudre une équation de **trigonométrie**, en lien avec la formule d'addition et l'angle double.

La démonstration part de $\sin(a+b)$, formule d'addition vue en trigonométrie et utile aussi en *géométrie* : $\sin(a+b)=\sin(a)\cos(b)+\cos(a)\sin(b)$. En posant $a=x$ et $b=x$, on obtient immédiatement

$$\sin(2x)=\sin(x)\cos(x)+\cos(x)\sin(x)=2\sin(x)\cos(x).$$

C'est la formule de l'**angle double**. Elle se relie aux recherches associées : $\cos^2(x)$ **formule**, $\sin^2(x)$ **formule**, $\cos^2+\sin^2=1$ et $\cos^2(x)-\sin^2(x)$, car $\cos(2x)$ s'écrit aussi $\cos^2(x)-\sin^2(x)$, ou encore $1-2\sin^2(x)$ et $2\cos^2(x)-1$. On retrouve ces liens dans des cours de type *Université Toulouse*.

En exercice, la méthode est simple : si l'on voit $2\sin(x)\cos(x)$, on reconnaît $\sin(2x)$; si l'on connaît $\sin(x)$ et $\cos(x)$, on calcule directement ; si l'expression contient des carrés, on combine avec $\cos^2(x)+\sin^2(x)=1$. Par exemple, comparer $\sin(2x)$ et $\cos(2x)$ évite des confusions : l'un vaut $2\sin(x)\cos(x)$, l'autre vaut $\cos^2(x)-\sin^2(x)$. Les deux viennent des formules d'addition, mais ne se simplifient pas de la même façon.

Exemple 1. Calculer une **valeur exacte** : pour $x=\frac{\pi}{6}$, $$ \sin(2x)=2\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)=2\times \frac{1}{2}\times \frac{\sqrt{3}{2}=\frac{\sqrt{3}{2}.$ $< strong > Exemple 2. < /strong > Simplifier$ 2\sin(x)\cos(x)+ \cos^{2}(x)-\sin^{2}(x) $. On reconnaît$ \sin(2x)+\cos(2x) $, car$ 2\sin(x) \cos(x)=\sin(2x) et \cos^{2}(x)-\sin^{2}(x)=\cos(2x)$.

1. Reconnaître $2\sin(x)\cos(x)$: corrigé, cela vaut $\sin(2x)$. **2.** Résoudre $\sin(2x)=0$: on a $2x=k\pi$, donc $x=\frac{k\pi}{2}$. **3.** Calculer $\sin(2x)$ si $\sin(x)=\frac{3}{5}$ et $\cos(x)=\frac{4}{5}$:

$$\sin(2x)=2\times\frac{3}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{24}{25}.$$

4. Écrire $\cos(2x)$ avec $\sin^2(x)$ seulement : grâce à $\cos^2(x)+\sin^2(x)=1$, on remplace $\cos^2(x)$ par $1-\sin^2(x)$, d'où $\cos(2x)=1-2\sin^2(x)$.

À retenir

À retenir : pour démontrer $\sin(2x)$, on part de $\sin(a+b)$ avec $a=b=x$. Pour utiliser la formule, on pense à $2\sin(x)\cos(x)$, puis on relie si besoin avec $\cos(2x)$ et $\cos^2(x)+\sin^2(x)=1$.

Démonstration des deux Formules Trigonométriques Cos(2x) et Sin(2x) — Mathématiques pour Tous

Quel lien entre sin(2x), cos(2x), la période et le signe du sinus ?

La **période de sin(2x)** vaut π, et non 2π, car le facteur 2 à l'intérieur de l'angle fait osciller la **fonction sinus** deux fois plus vite. L'amplitude reste 1. De plus, le signe de $sin(2x)$ se lit avec

$$sin(2x)=2sin(x)cos(x),$$

donc il dépend du produit de $sin(x)$ et de $cos(x)$: positif si les deux ont le même signe, négatif sinon, nul dès que l'un des deux vaut 0.

Sur le **graphe**, $sin(2x)$ ressemble à la fonction sinus classique, mais ses vagues sont deux fois plus serrées. Ses zéros vérifient $sin(2x)=0$, donc $2x=k\pi$, soit $x=\frac{k\pi}{2}$. Cela répond aussi à *où s'annule cos* : $cos(x)=0$ pour $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$, tandis que *quand le sinus est négatif*, sur le **cercle**

trigonométrique, c'est dans la moitié basse. Pour $sin(2x)$, on combine les signes de la fonction sinus et de la **fonction cosinus**.

Il faut bien distinguer les formules d'angle double. Pour le sinus : $sin(2x)=2sin(x)cos(x)$. Pour $cos(2x)$:

$$cos(2x)=cos^2(x)-sin^2(x)=2cos^2(x)-1=1-2sin^2(x).$$

L'écriture cos^2x-sin^2x concerne donc le cosinus, pas le sinus. C'est une confusion fréquente, même sur des fiches type *Topster*.

Exemple 1 : pour $x=\frac{\pi}{6}$, $$sin(2x)=sin\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}{2}.$ $Avec la formule,$ $2sin\left(\frac{\pi}{6}\right)cos\left(\frac{\pi}{6}\right)=2\times \frac{1}{2}\times \frac{\sqrt{3}{2}=\frac{\sqrt{3}{2}.$ $Exemple 2 : pour$ x=\frac{3\pi}{4} $,$ sin(x)>0 $mais$ cos(x)<0 $, donc$ sin(2x)<0$. En effet,

$$sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)=-1.$$

1. Trouver les zéros : $x=\frac{k\pi}{2}$. 2. Signe sur $]0,\frac{\pi}{2}[$: $sin(x)>0$ et $cos(x)>0$, donc $sin(2x)>0$. 3. Signe sur $]\frac{\pi}{2},\pi[$: $sin(x)>0$ et $cos(x)<0$, donc $sin(2x)<0$.

À retenir

À retenir : $sin(2x)$ garde une amplitude de 1 , sa période devient π , ses zéros sont en $x=\frac{k\pi}{2}$, et son signe vient du produit $sin(x)cos(x)$. En revanche, $cos(2x)$ suit les identités avec $cos^2(x)$ et $sin^2(x)$.

Exemples corrigés et erreurs fréquentes sur sinus 2x

Les **erreurs fréquentes** sur $\sin(2x)$ sont simples : croire que $\sin(2x)=2\sin(x)$, oublier le facteur $\cos(x)$, ou confondre $\sin^2(x)$ avec $\sin(2x)$. Il faut distinguer la **formule**, la **dérivée** et la **primitive**. C’est souvent là que les confusions vues en classe ou sur *Reddit* commencent.

La bonne identité est

$$\sin(2x)=2\sin(x)\cos(x).$$

Elle relie une **fonction** d’angle double à $\sin(x)$ et $\cos(x)$. Attention : $\sin^2(x)$ signifie $(\sin(x))^2$, ce n’est pas une autre écriture de $\sin(2x)$. De même, **cos 2** ou $\cos(2)$ désigne un nombre réel précis, alors que $\cos(2x)$ dépend de x.

Pour la **sin^2(x) formule**, on retient que $\sin(2x)$ et $\sin^2(x)$ sont voisins mais différents. Côté calcul différentiel, la **sin^2(x) dérivée** vaut $$\frac{d}{dx}\big(\sin^{2}(x)\big)=2\sin(x)\cos(x)=\sin(2x).$$ Côté intégration, la **primitive de sin 2x** est

$$\int \sin(2x)\,dx=-\frac{1}{2}\cos(2x)+C.$$

Exemple 1 : si $x=\frac{\pi}{6}$, alors $$\sin(2x)=\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}.$ $Avec la formule, on retrouve bien$ $2\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)=2\times \frac{1}{2}\times \frac{\sqrt{3}}{2} =\frac{\sqrt{3}}{2}.$ $Exemple 2 : comparer$ \sin(2x) et \sin^{2}(x) $pour$ x=\frac{\pi}{4} $. On a

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)=1,$$

mais $$\sin^{2}\left(\frac{\pi}{4}\right)=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2} =\frac{1}{2}.$$ Ce n’est donc pas la même chose.

Exercice 1 : simplifier $2\sin(x)\cos(x)$. Corrigé : c’est $\sin(2x)$. Exercice 2 : dériver $\sin^2(x)$. Corrigé : $2\sin(x)\cos(x) = \sin(2x)$. Exercice 3 : trouver une primitive de $\sin(2x)$. Corrigé : $-\frac{1}{2}\cos(2x) + C$. Exercice 4 : dire si $\cos(2)$ dépend de x. Corrigé : non, $\cos(2)$ est un nombre, contrairement à $\cos(2x)$.

À retenir

À retenir : ne pas écrire $\sin(2x) = 2\sin(x)$, ne pas confondre $\sin^2(x)$ avec $\sin(2x)$, et séparer clairement identité, dérivée et primitive. Trois pièges. Une seule bonne formule.

Comment passer d'un cos a un Sin ?

Pour passer d’un cosinus à un sinus, j’utilise l’identité de déphasage : cos(x) = sin(π/2 - x). Cela signifie qu’un cosinus peut s’écrire comme un sinus d’angle complémentaire. On peut aussi utiliser sin(x) = cos(π/2 - x). C’est très pratique pour transformer une expression trigonométrique ou simplifier un calcul.

Comment calculer cos 2x ?

Pour calculer cos 2x, j’emploie la formule d’angle double : $\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$. On peut aussi écrire $\cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1$ ou $\cos(2x) = 1 - 2\sin^2(x)$. Le bon choix dépend des données disponibles. Si vous connaissez sinus ou cosinus de x, la formule devient immédiate à appliquer.

Comment calculer cos 2a ?

Cos 2a se calcule avec la même identité que pour sinus 2x : $\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a)$. Je peux aussi utiliser $\cos(2a) = 2\cos^2(a) - 1$ ou $1 - 2\sin^2(a)$. Ces trois formes sont équivalentes. En pratique, je choisis celle qui demande le moins de calcul selon les valeurs connues.

Ou s'annule cos ?

Le cosinus s’annule pour les angles de la forme x = π/2 + kπ, où k est un entier relatif. En degrés, cela correspond à 90°, 270°, 450°, etc. Sur le cercle trigonométrique, ce sont les points où l’abscisse vaut zéro. C’est une information essentielle pour résoudre des équations trigonométriques simples.

sin definition math

En mathématiques, le sinus d'un angle est une fonction trigonométrique. Dans un triangle rectangle, c'est le rapport entre le côté opposé à l'angle et l'hypoténuse. Sur le cercle trigonométrique, le sinus correspond à l'ordonnée du point associé à l'angle. Cette définition aide à comprendre sinus 2x et les autres formules trigonométriques.

Comment passer d'un cosinus à un sinus ?

Pour transformer un cosinus en sinus, j'utilise la relation $\cos(x) = \sin(\pi/2 - x)$. C'est une identité fondamentale en trigonométrie. Inversement, $\sin(x) = \cos(\pi/2 - x)$. Cette conversion est utile pour comparer deux expressions, résoudre une équation ou réécrire une formule d'angle double comme sinus 2x dans une autre forme.

Où s'annule cosinus ?

Le cosinus est nul lorsque $x = \pi/2 + k\pi$, avec k entier. En degrés, cela donne $90° + 180°k$. J'aime retenir que sur le cercle trigonométrique, cosinus représente l'abscisse : il s'annule donc quand le point est situé sur l'axe vertical. Cela permet de repérer rapidement les solutions d'une équation.

Quelle est la définition du sinus en maths ?

La définition du sinus en maths dépend du contexte. Dans un triangle rectangle, sinus d'un angle = côté opposé / hypoténuse. Sur le cercle trigonométrique, c'est l'ordonnée du point repéré par l'angle. Ces deux approches sont complémentaires. Elles servent à comprendre les identités trigonométriques, notamment les formules liées à sinus 2x.

Retenir sinus 2x, c'est surtout retenir une seule identité essentielle : $\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$. À partir de là, tu peux vérifier des valeurs, simplifier des expressions et repérer les pièges les plus courants. Le bon réflexe est simple : dès que tu vois $\sin(2x)$, pense immédiatement au produit entre sinus et cosinus. En t'entraînant sur quelques exemples courts, la formule devient vite naturelle et très utile en trigonométrie.

Mis à jour le 05 mai 2026

Continue sur maths-college.fr

Maths collège - Document pédagogique