Maths collège

Les sommets homologues en 5e : cours et exercices corrigés

Comprends le sommet homologue en 5e : leçon simple, exercices progressifs, correction détaillée et PDF à imprimer pour réviser avant ton contrôle.

Cours de mathématiques niveau 5e

Deux sommets sont homologues quand ils jouent le même rôle dans deux figures qui se correspondent. Si le triangle DEF est l'image de ABC par une symétrie, ou s'il lui est égal, alors D est l'homologue de A, E celui de B et F celui de C.

Le triangle ABC est tracé, son symétrique s'appelle EFD, et ton réflexe est d'associer les lettres dans l'ordre alphabétique. C'est là que tout le monde se plante. Le nom écrit ne décide de rien : ce qui compte, c'est la place du point dans la figure. On se calme, une méthode en quelques étapes règle le problème. Franchement, une fois qu'elle est dans ta tête, tu ne te trompes plus, même avec des lettres écrites dans le désordre.

Sommet homologue : ce que ça veut dire, en langage normal

Prénom : _____ Date : _____

Objectif de la fiche : à la fin, tu sais nommer le sommet homologue d'un sommet donné, que ce soit dans deux triangles égaux ou dans une figure et son symétrique. Pour suivre, trois choses suffisent. Savoir nommer un triangle par ses sommets (ABC, ce sont les coins A, B et C). Savoir ce qu'est un symétrique. Mesurer une longueur à la règle.

Voilà l'idée reçue à enterrer tout de suite : l'homologue n'est pas celui qui se trouve *au même endroit* sur la feuille. Un triangle peut être tourné, retourné, posé à l'envers, ça ne change rien. En langage normal, **deux sommets homologues sont deux coins qui jouent le même rôle** dans deux figures

qui se correspondent. Version propre : dans deux figures égales ou symétriques, le sommet homologue de A est le sommet de l'autre figure qui lui correspond. Si DEF est l'image de ABC par une symétrie, ou s'il lui est égal, D est l'homologue de A, E celui de B et F celui de C.

Ici, « sommet » veut dire le coin d'une figure, rien de plus. C'est le cœur du chapitre « Les sommets homologues » : ce vocabulaire sert dès qu'on compare un triangle à son égal ou à son symétrique, et les triangles semblables de 3e reprennent exactement le même mot.

Côtés et angles homologues : la même logique

Le raisonnement s'étend tout seul. Le côté qui relie deux sommets homologues est le **côté homologue** du côté correspondant de l'autre figure, et l'angle en un sommet est homologue de l'angle situé en son homologue. Exemple : dans deux triangles égaux ABC et DEF, [AB] et [DE] sont homologues et mesurent chacun 5 cm. Si l'angle en A mesure 60°, l'angle en D mesure aussi 60°. Retiens juste ça : dans des figures égales ou symétriques, deux éléments homologues ont toujours la même mesure.

Trouver les sommets homologues, étape par étape

La méthode tient en quatre gestes, à refaire à chaque exercice, même quand la réponse te paraît évidente. Sauter une étape, c'est exactement comme ça qu'on se retrouve avec un faux homologue.

1. Lis l'énoncé et repère comment les lettres sont écrites. « ABC égal à DEF » signifie A↔D, B↔E, C↔F, dans l'ordre où elles apparaissent.
2. Écris la correspondance dans un tableau à deux lignes, une par figure, les lettres homologues l'une sous l'autre.
3. Vérifie avec une longueur : mesure un côté dans chaque figure. Pour une symétrie, contrôle avec le centre ou l'axe.
4. Conclus par une phrase complète, par exemple « D est l'homologue de A ».

L'erreur que tout le monde fait : repérer l'homologue *à l'œil*, sans lire **l'ordre des lettres**. Le dessin peut te mentir, l'énoncé jamais.

Pour les symétries, deux repères de vérification. Symétrie centrale de centre O : l'homologue de A est le point A' tel que O soit le milieu de [AA']. Symétrie axiale : l'axe est la médiatrice de [AA'], c'est-à-dire la droite perpendiculaire à [AA'] qui passe par son milieu.



Deux exemples résolus avec des triangles égaux et une symétrie

Dans deux triangles égaux, les sommets homologues sont ceux qui se superposent quand on pose une figure sur l'autre. Exemple 1 : les triangles ABC et DEF sont égaux, avec A qui correspond à D, B à E et C à F. On donne AB = DE = 5 cm, BC = EF = 6 cm et CA = FD = 4 cm.

Sommet de ABC	Sommet homologue dans DEF	Côté de ABC	Côté homologue dans DEF	Longueur commune
A	D	[AB]	[DE]	5 cm
B	E	[BC]	[EF]	6 cm
C	F	[CA]	[FD]	4 cm

Ligne par ligne : l'énoncé dit A↔D, donc D est l'homologue de A. [AB] relie A et B, son homologue relie D et E, c'est [DE], et les deux font 5 cm. Même chose pour B↔E avec [BC] et [EF] (6 cm), puis pour C↔F avec [CA] et [FD] (4 cm). Verdict : tu lis l'énoncé, tu remplis la ligne, tu vérifies la longueur.

Exemple 2 : le triangle A'B'C' est le symétrique de ABC par rapport au point O. Les homologues sont A et A', B et B', C et C'. Reste à contrôler que **O est le milieu** de [AA'], de [BB'] et de [CC']. Si OA = 3 cm, alors OA' = 3 cm, A, O et A' sont alignés et AA' = 6 cm. Verdict : un seul point O pour les trois segments. Si l'un des milieux tombe ailleurs, tu t'es trompé de sommet.

Le piège classique : les lettres dans le désordre

Énoncé : « le triangle ABC est égal au triangle MKL, avec A qui correspond à M, B à K et C à L ». L'homologue de B est K, et non L. On suit la **correspondance écrite**, pas l'ordre alphabétique, pas la position sur la figure. B est en deuxième position dans ABC, K est en deuxième position dans MKL : c'est ça qui compte. Réflexe de contrôle le jour du contrôle : mesure [AB] et [MK]. Si AB = 7 cm, MK doit faire 7 cm. Sinon, relis l'énoncé, *pas* le dessin.

Défi bonus : justifier avec des homologues

Dernier cran : ne plus seulement répondre, mais dire pourquoi. Un modèle de phrase : « Dans deux triangles égaux, l'homologue du plus long côté est le plus long côté, car deux côtés homologues ont la même longueur. » Une affirmation, une raison, c'est tout ce qu'on te demande. Tu t'en sers dans l'exercice 8, un peu plus bas : trois affirmations à classer vrai ou faux, avec une *justification* pour l'une d'elles. Essaie sans regarder la correction.

Continue sur maths-college.fr

Maths collège - Document pédagogique