Maths collège

Théorème de Pythagore formule : comprendre et bien l’utiliser

Apprenez la formule du théorème de Pythagore, quand l’utiliser, repérer l’hypoténuse et éviter les erreurs fréquentes au collège.

Cours de mathématiques niveau

La formule du théorème de Pythagore est : dans un triangle rectangle, le carré de l’hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés. Si un triangle ABC est rectangle en A, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$, avec BC comme hypoténuse.

Vous hésitez entre $AB^2 + AC^2$ et une autre écriture au moment de faire un exercice ? C’est normal : beaucoup d’élèves connaissent la formule, mais se trompent sur le côté à mettre seul d’un côté de l’égalité. Pour bien réussir, il faut d’abord repérer l’angle droit, puis identifier l’hypoténuse, c’est-à-dire le côté opposé à cet angle. Une fois cette étape comprise, la formule devient beaucoup plus simple à retenir et à appliquer. Avec une méthode claire et des repères visuels, on évite vite les erreurs les plus fréquentes au collège.

En bref : les réponses rapides

Peut-on utiliser le théorème de Pythagore dans n’importe quel triangle ? — Non. Le théorème de Pythagore s’applique uniquement dans un triangle rectangle. Sans angle droit, la formule n’est pas valable.
Comment reconnaître rapidement l’hypoténuse ? — L’hypoténuse est le côté opposé à l’angle droit. C’est aussi le plus long côté du triangle rectangle.
Que faire si je connais un angle et une longueur au lieu de deux longueurs ? — Dans ce cas, ce n’est souvent plus Pythagore qu’il faut utiliser, mais la trigonométrie dans le triangle rectangle, avec sinus, cosinus ou tangente.
À quoi sert la réciproque du théorème de Pythagore ? — Elle sert à prouver qu’un triangle est rectangle à partir des longueurs de ses trois côtés, en vérifiant une égalité du type $c^2 = a^2 + b^2$.

Quelle est la formule du théorème de Pythagore ?

Dans un **triangle rectangle**, le carré de l'**hypoténuse** est égal à la somme des carrés des deux autres côtés. Si un triangle ABC est rectangle en A, alors la **formule du théorème de Pythagore** s'écrit $BC^2 = AB^2 + AC^2$. Cette *égalité de Pythagore* ne s'utilise que si l'angle droit est certain.

La phrase à apprendre est simple et doit être sue mot pour mot : **"Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés."** En écriture littérale, on note le côté opposé à l'angle droit comme côté principal. Ainsi, si le triangle est rectangle en A, alors le côté en face de A est BC, donc

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

Cette **propriété de Pythagore**, étudiée au **collège**, sert à calculer une longueur manquante, mais aussi, plus tard, à comprendre la *distance euclidienne*, certaines méthodes d'*arpentage* et des liens avec la *trigonométrie*. Le nom vient de **Pythagore** ; pour l'histoire et les démonstrations, Wikipédia donne un panorama utile, sans être nécessaire pour maîtriser la rédaction scolaire.

Un **triangle rectangle** est un triangle qui possède un angle de 90°. C'est la condition décisive. Sans angle droit, la formule est fausse, même si les longueurs "ressemblent" à un cas connu. Pour repérer l'**hypoténuse**, il faut regarder le côté opposé à l'angle droit : c'est toujours elle. Par conséquent, elle est aussi toujours le plus long côté du triangle, puisque dans un triangle rectangle, le côté en face de l'angle le plus grand est le plus long. Cette idée évite une erreur fréquente : écrire la formule avec un mauvais côté au carré à gauche. Si le triangle est rectangle en A, on ne peut pas écrire $AB^2 = AC^2 + BC^2$, car AB n'est pas l'hypoténuse. La bonne lecture du schéma précède donc tout calcul.

Schéma : Triangle ABC rectangle en A, avec un carré construit sur chaque côté : petit carré sur AB, petit carré sur AC, grand carré sur BC. La surface du carré sur BC est égale à la somme des surfaces des carrés sur AB et AC.

Le sens géométrique de la relation est très concret : on construit un carré sur chacun des trois côtés du triangle. Le théorème dit alors que l'aire du carré construit sur l'**hypoténuse** est égale à la somme des aires des deux autres carrés. Si $AB=3$ et $AC=4$, les aires valent $3^2=9$ et $4^2=16$; leur somme donne 25, donc le carré sur BC a pour aire 25, ce qui conduit à $BC=5$. On comprend ainsi pourquoi la formule parle de carrés : elle compare d'abord des *aires*, pas seulement des longueurs. Cette visualisation rend la **théorème de pythagore formule** plus claire et limite les automatismes mal compris.

Cas	Formule
Triangle ABC rectangle en A	$BC^2=AB^2+AC^2$

À retenir : l'**égalité de Pythagore** s'applique seulement dans un **triangle rectangle**, et l'**hypoténuse** est le côté opposé à l'angle droit, donc le plus long.

Exemple : si un triangle est rectangle en C, alors l'hypoténuse est le côté opposé à C, et c'est ce côté qui apparaît seul à gauche dans la formule.

⚠ Erreurs classiques : utiliser la formule sans angle droit, confondre l'**hypoténuse** avec un autre côté, ou oublier que l'on compare d'abord des carrés, donc des aires.

Comment calculer une longueur avec le théorème de Pythagore sans se tromper ?

Pour utiliser le **théorème de Pythagore**, on vérifie d'abord que l'on a un **triangle rectangle**, puis on repère l'**hypoténuse**, le côté opposé à l'angle droit. On écrit ensuite l'égalité avec les bonnes lettres, on remplace par les longueurs connues, et, si l'on cherche un autre côté, on isole l'inconnue avant de prendre la **racine carrée**.

La méthode de contrôle tient en une rédaction stable, courte et sûre. Écrivez : données, théorème, substitution, calcul, conclusion avec unité. Si ABC est rectangle en A, alors l'hypoténuse est BC et l'égalité correcte est

$$BC^2=AB^2+AC^2.$$

Pour **trouver l'hypoténuse**, on additionne les carrés puis on prend la **racine carrée**. Pour **calculer le troisième côté d'un triangle** rectangle quand l’hypoténuse est connue, on soustrait :

$$AB^2 = BC^2 - AC^2 \quad \text{ou} \quad AC^2 = BC^2 - AB^2.$$

Ensuite seulement, on écrit $AB=\sqrt{BC^{2}-AC^{2}}$. C’est la base de *comment on calcule le théorème de Pythagore* sans faute de méthode.

Situation	Formule	Action
Triangle rectangle en A	$BC^2 = AB^2 + AC^2$	Identifier l’hypoténuse BC
Hypoténuse inconnue	$BC=\sqrt{AB^{2}+AC^{2}}$	Somme puis racine
Autre côté inconnu	$AB=\sqrt{BC^{2}-AC^{2}}$	Soustraction puis racine

Exemple exploitable en copie : “Dans le triangle DEF rectangle en D, d’après le **théorème de Pythagore**, on a $EF^2 = DE^2 + DF^2$. Or $DE = 6$ cm et $DF = 8$ cm, donc $EF^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$. Ainsi $EF = \sqrt{100} = 10$ cm.” La conclusion compte. L’unité aussi. Pour l’autre cas : “Dans le triangle GHI rectangle en H, $GI^2 = GH^2 + HI^2$. Or $GI = 13$ cm et $HI = 5$ cm, donc $GH^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$. Ainsi $GH = \sqrt{144} = 12$ cm.” Voilà un **théorème de pythagore calcul** propre, lisible et noté correctement. Cette **théorème de pythagore rédaction** évite les oublis au moment du contrôle.

À retenir : l’hypoténuse est toujours le plus long côté et le seul côté dont le carré est égal à la somme des deux autres carrés.

Le tri de méthode évite beaucoup d’erreurs d’élèves. Si le triangle est rectangle et que seules des longueurs sont en jeu, prenez Pythagore. Si des droites sont parallèles et que l’on compare des longueurs sur une figure agrandie ou réduite, pensez au **théorème de Thalès**. En revanche, si un angle est connu dans un triangle rectangle, la **trigonométrie** devient souvent plus directe que Pythagore. Ce mini arbre de décision est simple : angle droit + longueurs $\Rightarrow$ Pythagore ; parallèles + proportionnalité $\Rightarrow$ Thalès ; angle + triangle rectangle $\Rightarrow$ trigonométrie. Ce repère aide aussi quand on cherche une ressource sur *théorème de Thalès formule* ou sur la rédaction attendue.

Si $x^2 = 49$, alors $x = 7$ pour une longueur : on prend la racine carrée positive.

⚠ Ne mélangez pas **longueur** et **aire** : AB^2 s’exprime en cm^2 pendant le calcul, mais AB s’exprime en cm à la fin. N’écrivez jamais $AB = BC^2 - AC^2$. Attention aussi au signe : pour un côté de l’angle droit, on fait une soustraction, pas une addition. Enfin, oublier la racine carrée donne presque toujours une réponse fausse, même si le calcul intermédiaire est juste.

Schéma : Triangle rectangle ABC rectangle en A, avec les carrés construits sur AB, AC et BC pour visualiser que l’aire du carré sur l’hypoténuse est égale à la somme des aires des deux autres carrés.

LE COURS : Le théorème de Pythagore - Quatrième — Yvan Monka

Arbre de décision : Pythagore, Thalès ou trigonométrie ?

Pour choisir vite, pose trois questions. **Le triangle est-il rectangle** et connais-tu **deux longueurs** ? Alors utilise le **théorème de Pythagore** : $c^2 = a^2 + b^2$, avec l’hypoténuse comme plus grand côté. Y a-t-il des **droites parallèles** et des triangles emboîtés, par exemple dans une figure coupée par une parallèle ? C’est **Thalès**, donc un rapport de longueurs, du type $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$. Le triangle est rectangle, mais tu connais *un angle* et *une longueur* ? Passe à la **trigonométrie** : $\sin$, $\cos$ ou $\tan$ selon le côté cherché. En revanche, on n’applique pas Pythagore dans un triangle quelconque. Contre-exemple : dans un triangle de côtés 4, 5 et 6, on a $4^2 + 5^2 = 41$ alors que $6^2 = 36$; comme $41 \neq 36$, le triangle n’est pas rectangle, donc la formule de Pythagore ne convient pas. Ce tri évite beaucoup d’erreurs au contrôle.

Les erreurs fréquentes d’élèves sur la formule de Pythagore et comment les corriger

Les **erreurs théorème de Pythagore** reviennent presque toujours en **contrôle de maths** : appliquer la formule dans un triangle non rectangle, choisir la mauvaise **hypoténuse**, oublier la **racine carrée**, ou mal écrire l’**égalité de Pythagore**. Les corriger pas à pas rapporte souvent plus de points qu’un simple rappel de cours, car la **rédaction Pythagore** compte autant que le calcul.

À maîtriser : dans un **triangle rectangle**, le carré du plus grand côté, l'**hypoténuse**, est égal à la somme des carrés des deux autres côtés :

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

si le triangle est rectangle en C. Méthode sûre : vérifier l'angle droit, nommer l'hypoténuse, écrire l'égalité dans le bon ordre, remplacer par les valeurs, calculer, puis seulement prendre $\sqrt{x}$ si on cherche une longueur. Pour prouver qu'un triangle est rectangle, on utilise la **réciproque du théorème de Pythagore**. Pour prouver qu'il ne l'est pas, on peut utiliser la **contraposée**.

Situation	Formulation exacte
Théorème direct	“Dans le triangle ABC rectangle en C, on a $AB^2 = AC^2 + BC^2$.”
Calcul d'une longueur	Si $AB^2 = 49$, alors $AB = \sqrt{49} = 7$.
Réciproque	Si $AB^2 = AC^2 + BC^2$, alors le triangle est rectangle en C.
Contraposée	Si $AB^2 \neq AC^2 + BC^2$, alors le triangle n'est pas rectangle en C.

Sur une copie de collège, j'annote souvent les mêmes fautes. Erreur 1 : écrire $AB^2 = AC^2 + BC^2$ alors que AB n'est pas le plus grand côté. Correction : “Je repère d'abord l'**hypoténuse**.” Erreur 2 : lancer Pythagore sans phrase du type *“dans le triangle ABC rectangle en C”*. Sans angle droit, la formule n'a pas de sens. Erreur 3 : calculer $6^2 + 8^2 = 14^2$. Faux : $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$, donc la longueur cherchée vaut $\sqrt{100} = 10$, pas 14. Erreur 4 : oublier la **racine carrée**. Trouver $x^2 = 81$ ne suffit pas ; il faut conclure $x = \sqrt{81} = 9$. Erreur 5 : donner un résultat sans unité. En géométrie, on écrit $5\,\text{cm}$, pas seulement 5.

À retenir : la bonne phrase protège des fautes : “Dans le triangle ABC rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, $AB^2 = AC^2 + BC^2$.”

La confusion entre théorème direct et **réciproque du théorème de Pythagore** coûte aussi cher. Si on sait que le triangle est rectangle, on calcule une longueur. Si on compare trois longueurs pour savoir si le triangle est rectangle, on utilise la réciproque. Exemple typique : “ $3^2 + 4^2 = 5^2$, donc le triangle est rectangle.” C'est correct seulement si

5 est bien le plus grand côté. Sinon, la conclusion est fausse. Autre piège : la **contraposée**. Si $7^2 + 9^2 \neq 12^2$, on conclut que le triangle n’est pas rectangle ; on ne dit pas qu’il est rectangle “ailleurs”. Avant de rendre la copie, relis avec cette mini-grille : angle droit vérifié ? hypoténuse repérée ? égalité bien ordonnée ? calcul des carrés exact ? **rédaction Pythagore** complète ? unité présente ?

Exemple minute : si $MN^2 = 121$, la longueur est $MN = \sqrt{121} = 11\,\mathrm{cm}$.

⚠ Écrire “ $AB = AC^2 + BC^2$ ” mélange longueur et aire ; une **égalité de Pythagore** porte toujours sur des carrés de longueurs.

Exercices types, réciproque, contraposée et cas vraiment utiles en contrôle

Le **théorème de Pythagore** sert à calculer une longueur dans un triangle rectangle, la **réciproque du théorème de Pythagore** sert à prouver qu’un triangle est rectangle, et la **contraposée du théorème de Pythagore** à montrer qu’il ne l’est pas. En contrôle, la réussite dépend surtout du bon choix de méthode et d’une conclusion rédigée avec précision.

Dans un triangle rectangle, si l’angle droit est en A, alors le côté opposé, BC, est l’hypoténuse et l’on écrit

$$AB^2 + AC^2 = BC^2.$$

Pour la réciproque, on part de trois longueurs et, si le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres, alors le triangle est rectangle. Pour la contraposée, si cette égalité est fausse, alors le triangle n’est pas rectangle. La rédaction attendue est brève mais rigoureuse : *“Comme* $AB^2 + AC^2 = BC^2$, *alors* le triangle ABC est rectangle en A.” En revanche, si les données portent sur des droites parallèles, on pense plutôt à **Thalès**, et si l’on connaît un angle aigu avec des longueurs, on bascule vers la trigonométrie. C’est aussi un point de départ pour la **théorème de pythagore démonstration**, fondée sur les aires des carrés construits sur les côtés.

Cas	Quand l’utiliser	Écriture	Conclusion attendue
Théorème	Triangle rectangle connu	$a^2 + b^2 = c^2$	On calcule une longueur

Cas	Quand l'utiliser	Écriture	Conclusion attendue
Réciproque	Trois longueurs connues	Si $a^2+b^2=c^2$	Le triangle est rectangle
Contraposée	Trois longueurs connues	Si $a^2+b^2\neq c^2$	Le triangle n'est pas rectangle

Voici le bloc le plus rentable pour un **théorème de Pythagore exercice corrigé**. Exercice 1 : dans un triangle rectangle, $AB=6$ cm, $AC=8$ cm, calculer BC. On rédige :

$$BC^2=6^2+8^2=36+64=100,$$

donc $BC=10$ cm. Exercice 2, nature du triangle : $DE=5$ cm, $DF=12$ cm, $EF=13$ cm. Comme $5^2+12^2=25+144=169=13^2$, le triangle DEF est rectangle ; c'est un **théorème de Pythagore exemple** classique, lié aux **triplets pythagoriciens**. Exercice 3, contraposée : $GH=7$ cm, $GI=9$ cm, $HI=12$ cm. On teste le plus grand côté : $7^2+9^2=130$ alors que $12^2=144$; comme $130\neq 144$, le triangle GHI n'est pas rectangle. Exercice 4, cas-piège : on donne deux angles et une longueur. *Impossible* d'utiliser Pythagore, car aucune configuration de triangle rectangle avec trois côtés n'est disponible.

À retenir : repère toujours l'hypoténuse, compare les carrés, puis termine par une phrase complète : calcul, triangle rectangle, ou triangle non rectangle.

Avec 8, 15 et 17, on reconnaît un triplet pythagoricien car $8^2+15^2=17^2$.

Ce théorème ne sert pas qu'au contrôle. Depuis la **Mésopotamie** jusqu'à l'**Inde**, bien avant la figure de **Pythagore**, des problèmes d'arpentage utilisaient déjà cette relation entre longueurs. Aujourd'hui, la même idée intervient dans la **distance euclidienne**, donc dans la **géolocalisation**, les plans, la distance en ligne droite ou les diagonales d'écran. En classe, ce contexte historique et concret aide à comprendre pourquoi la formule n'est pas un simple automatisme. La visualisation avec les carrés construits sur les côtés éclaire la démonstration : l'aire du grand carré égale la somme des deux autres. Cette image rend la formule plus stable en mémoire et sécurise la rédaction, notamment lorsque l'élève hésite entre calculer, prouver, ou réfuter la nature d'un triangle.

Schéma : Triangle rectangle avec un carré construit sur chacun des trois côtés, montrant que l'aire du carré sur l'hypoténuse est égale à la somme des aires des deux autres carrés.

⚠ Erreurs fréquentes : oublier que l'hypoténuse est le plus grand côté, utiliser la réciproque sans vérifier quelle longueur est la plus grande, écrire seulement un calcul sans conclusion, ou tenter Pythagore quand l'énoncé donne des angles, des parallèles ou des rapports de longueurs.

Exercice noté : modèle de rédaction qui rapporte des points

Pour gagner des points, la rédaction doit être **complète** et *ordonnée* : on annonce le triangle rectangle, on écrit la formule, on remplace par les valeurs, on calcule, puis on conclut avec l'unité. Exemple correct en **6 à 8 lignes** : « Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, $BC^2 = AB^2 + AC^2$. Donc $BC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$. Ainsi, $BC = \sqrt{100} = 10$. On conclut que la longueur BC est égale à 10 cm. » Si le résultat n'est pas exact, on arrondit, par exemple $BC \approx 7{,}2$ cm.

Une mini-notation simple aide à viser le **sans-faute** : **1 point** pour la formule exacte, **1 point** pour la substitution correcte, **1 point** pour le calcul détaillé, **1 point** pour la phrase de conclusion. En revanche, écrire seulement $6^2 + 8^2 = 10^2$ sans phrase ni justification fait souvent perdre des points, même si le résultat est juste.

Comment rédiger la réciproque du théorème de Pythagore ?

Je la rédige ainsi : si, dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle. Il faut nommer les côtés clairement, identifier le plus long, écrire l'égalité, puis conclure en précisant l'angle droit.

Comment on calcule le théorème de Pythagore ?

Dans un triangle rectangle, j'utilise la formule suivante : hypoténuse² = côté 1² + côté 2². Je remplace par les longueurs connues, je calcule les carrés, puis j'additionne. Si je cherche l'hypoténuse, je prends ensuite la racine carrée. Pour un autre côté, je fais une soustraction avant la racine carrée.

Comment trouver une longueur manquante dans un triangle quelconque ?

Dans un triangle quelconque, on ne peut pas appliquer automatiquement la formule du théorème de Pythagore. Je vérifie d'abord si le triangle est rectangle. Sinon, il faut d'autres outils, comme la trigonométrie, la loi des cosinus ou des informations supplémentaires. Pythagore ne fonctionne que dans un triangle rectangle.

Comment trouver l'hypoténuse d'un triangle ?

Pour trouver l’hypoténuse d’un triangle rectangle, j’applique la formule $c^2 = a^2 + b^2$, où c est le plus long côté, opposé à l’angle droit. Je calcule les carrés des deux autres côtés, je les additionne, puis je prends la racine carrée du résultat. L’hypoténuse est toujours le plus grand côté.

Comment calculer la longueur du troisième côté d'un triangle ?

Si le triangle est rectangle, je peux utiliser le théorème de Pythagore formule. Si je cherche l’hypoténuse, j’additionne les carrés des deux côtés de l’angle droit. Si je cherche un autre côté, je soustrais : côté² = hypoténuse² - autre côté². Ensuite, je prends la racine carrée.

Comment rédiger la réciproque de Pythagore ?

Je conseille une rédaction en trois étapes : d’abord, repérer le plus grand côté ; ensuite, vérifier que son carré est égal à la somme des carrés des deux autres ; enfin, conclure : donc le triangle est rectangle. La réciproque sert à prouver qu’un triangle est rectangle à partir des longueurs.

Comment trouver l'égalité de Pythagore ?

L’égalité de Pythagore s’écrit dans un triangle rectangle : hypoténuse² = côté adjacent² + autre côté². Pour la trouver correctement, je repère d’abord l’angle droit, puis le côté opposé à cet angle, qui est l’hypoténuse. Ensuite, j’écris l’égalité avec les lettres correspondant aux sommets du triangle.

Comment on utilise le théorème de Pythagore ?

J’utilise le théorème de Pythagore uniquement dans un triangle rectangle. Il sert à calculer une longueur manquante ou à vérifier une relation entre les côtés. Je commence par repérer l’hypoténuse, puis j’écris la formule adaptée. Ensuite, je fais les calculs et je termine avec une phrase de conclusion claire.

Retenez l’idée essentielle : la formule de Pythagore ne fonctionne que dans un triangle rectangle, et l’hypoténuse est toujours le plus long côté. Avant tout calcul, vérifiez donc l’angle droit et nommez correctement les côtés. Si vous voulez progresser rapidement, entraînez-vous à rédiger la phrase complète du théorème puis à résoudre quelques exercices avec correction. C’est la meilleure façon d’être prêt pour un contrôle.

Mis à jour le 05 mai 2026

Continue sur maths-college.fr

Maths collège - Document pédagogique