

Théorème de Pythagore : direct, réciproque et applications



Mathématiques — 4e (Cycle 4 — Géométrie)



45 min



fiche complète + corrigé



calculer et démontrer

Prénom : _____ Date : _____

Page source : <https://www.maths-college.fr/exercices/theoreme-pythagore-4e/>

🎯 Introduction

Un menuisier veut vérifier que son cadre est exactement rectangulaire. Il mesure les côtés (60 cm et 80 cm) et la diagonale (100 cm). Pourquoi ces nombres garantissent-ils un angle droit ? Le théorème de Pythagore et sa réciproque répondent à cette question depuis 2 500 ans.

📖 J'apprends

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Imprimé

Majuscule

THÉORÈME DE PYTHAGORE



Mot-repère : $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$ (le triplet 3-4-5 — exemple à mémoriser)

Ma routine : Je repère / J'applique / Je vérifie



Je repère

Je vérifie le triangle rectangle.
J'identifie l'hypoténuse (côté opposé à l'angle droit).



J'applique

J'écris $\text{hyp}^2 = \text{côté}^2 + \text{côté}^2$. Je remplace, je calcule.



Je vérifie

Pour une longueur, je prends la racine carrée. Pour vérifier l'angle droit, j'utilise la réciproque.

Mes exercices

⚡ Exercice 1 — Pré-requis rapides (Vrai / Faux)

Indique V (vrai) ou F (faux).

1) Pythagore s'applique à tout triangle → F

4) $\sqrt{81} = 9 \rightarrow V$

2) Hypoténuse = côté le plus long → V

5) $5^2 + 12^2 = 13^2 \rightarrow V$

3) $3^2 + 4^2 = 5^2 \rightarrow V$

6) Pythagore donne un angle → F



Exercice 2 — Calculer l'hypoténuse

Le triangle ABC est rectangle en A. Calcule BC. Donne la valeur exacte puis arrondie au mm si nécessaire.

1. a) AB = 3 cm, AC = 4 cm. Calcule BC.
2. b) AB = 6 cm, AC = 8 cm. Calcule BC.
3. c) AB = 5 cm, AC = 12 cm. Calcule BC.
4. d) AB = 8 cm, AC = 15 cm. Calcule BC.
5. e) AB = 7 cm, AC = 24 cm. Calcule BC.
6. f) AB = 2 cm, AC = 3 cm. Calcule BC (valeur exacte avec $\sqrt{\quad}$ puis arrondie au mm).



Exercice 3 — Calculer un côté de l'angle droit

Le triangle ABC est rectangle en A. BC est l'hypoténuse. Calcule la longueur manquante.

1. a) BC = 5 cm, AB = 3 cm. Calcule AC.
2. b) BC = 13 cm, AB = 5 cm. Calcule AC.
3. c) BC = 10 cm, AC = 6 cm. Calcule AB.
4. d) BC = 17 cm, AC = 15 cm. Calcule AB.
5. e) BC = 25 cm, AB = 7 cm. Calcule AC.
6. f) BC = 10 cm, AC = 8 cm. Calcule AB.



Exercice 4 — Réciproque : ce triangle est-il rectangle ?

Pour chaque trio de longueurs, dis si le triangle est rectangle. Si oui, précise en quel sommet (côté opposé à l'hypoténuse).

1. a) AB = 6 cm, AC = 8 cm, BC = 10 cm.
2. b) AB = 5 cm, AC = 6 cm, BC = 8 cm.
3. c) AB = 9 cm, AC = 12 cm, BC = 15 cm.
4. d) AB = 8 cm, AC = 15 cm, BC = 17 cm.
5. e) AB = 7 cm, AC = 9 cm, BC = 12 cm.
6. f) AB = 1 cm, AC = 1 cm, BC = $\sqrt{2}$ cm.



Exercice 5 — Problèmes concrets

Lis chaque énoncé. Repère le triangle rectangle. Applique Pythagore. Réponds.

1. a) Une échelle de 5 m est posée contre un mur. Le pied est à 3 m du mur. À quelle hauteur l'échelle touche-t-elle le mur ?
2. b) Un écran de TV mesure 122 cm de diagonale et 60 cm de hauteur. Quelle est la largeur de l'écran ?

3. c) Un terrain rectangulaire de 60 m sur 80 m. Quelle distance parcourt-on en diagonale ?
4. d) Le pied d'un mât de bateau est à 4 m du bord d'un quai. Le sommet du mât est à 5 m du bord. Quelle est la hauteur du mât ? (le pied du mât est au sol horizontal et le quai est vertical)



Chrono calcul mental — Pythagore

L'adulte annonce 10 triplets (ex : '3-4-?', '5-12-?'). L'élève répond le plus vite possible la valeur du 3e côté (carrés mémorisés).

Essai 1

mots justes

Essai 2

mots justes

Essai 3

mots justes

Mes objectifs (MCLM)

Découverte
5-6 /10

mots correctement lus / min

En cours
7-8 /10

mots correctement lus / min

Maîtrise
9-10 /10

mots correctement lus / min



Différenciation



Aide

Faire exercices 1, 2 et 5a. Avoir un tableau de carrés (1 à 20) sous les yeux. Identifier toujours l'hypoténuse au crayon avant de calculer.



Standard

Tous les exercices. Rédiger chaque solution en 4 étapes : 'Dans le triangle rectangle... d'après Pythagore... calcul... donc'.



Défi

Démontrer le théorème par découpage (4 triangles 3-4-5 dans un carré 7x7). Calculer la diagonale d'un cube d'arête 5 (Pythagore appliqué 2 fois).



Je m'auto-évalue



Acquis



En cours



À reprendre

- J'énonce correctement le théorème de Pythagore.
- J'identifie l'hypoténuse sans hésiter.
- Je calcule l'hypoténuse (cas direct).
- Je calcule un côté de l'angle droit (cas avec soustraction).
- J'applique la réciproque pour démontrer un angle droit.

Corrigé détaillé

Exercice 1 — Vrai/Faux

- 1) F (uniquement triangles rectangles)
- 2) V (toujours)
- 3) V ($9+16=25$)
- 4) V
- 5) V ($25+144=169$)
- 6) F (donne une longueur)

Exercice 2 — Hypoténuse

1. a) $BC^2 = 9+16 = 25 \rightarrow BC = 5 \text{ cm}$
2. b) $BC^2 = 36+64 = 100 \rightarrow BC = 10 \text{ cm}$
3. c) $BC^2 = 25+144 = 169 \rightarrow BC = 13 \text{ cm}$
4. d) $BC^2 = 64+225 = 289 \rightarrow BC = 17 \text{ cm}$
5. e) $BC^2 = 49+576 = 625 \rightarrow BC = 25 \text{ cm}$
6. f) $BC^2 = 4+9 = 13 \rightarrow BC = \sqrt{13} \approx 3,6 \text{ cm}$

Exercice 3 — Côté de l'angle droit

1. a) $AC^2 = 25-9 = 16 \rightarrow AC = 4 \text{ cm}$
2. b) $AC^2 = 169-25 = 144 \rightarrow AC = 12 \text{ cm}$
3. c) $AB^2 = 100-36 = 64 \rightarrow AB = 8 \text{ cm}$
4. d) $AB^2 = 289-225 = 64 \rightarrow AB = 8 \text{ cm}$
5. e) $AC^2 = 625-49 = 576 \rightarrow AC = 24 \text{ cm}$
6. f) $AB^2 = 100-64 = 36 \rightarrow AB = 6 \text{ cm}$

Exercice 4 — Réciproque

1. a) $6^2+8^2 = 36+64 = 100 = 10^2 \checkmark$ rectangle en A (BC hypoténuse)
2. b) $5^2+6^2 = 61 \neq 64 = 8^2 \times$ pas rectangle
3. c) $9^2+12^2 = 81+144 = 225 = 15^2 \checkmark$ rectangle en A
4. d) $8^2+15^2 = 64+225 = 289 = 17^2 \checkmark$ rectangle en A
5. e) $7^2+9^2 = 49+81 = 130 \neq 144 = 12^2 \times$ pas rectangle
6. f) $1^2+1^2 = 2 = (\sqrt{2})^2 \checkmark$ rectangle en A

Exercice 5 — Problèmes

1. a) Hauteur² = $5^2 - 3^2 = 25-9 = 16 \rightarrow 4 \text{ m}$.
2. b) Largeur² = $122^2 - 60^2 = 14\ 884 - 3\ 600 = 11\ 284 \rightarrow \approx 106,2 \text{ cm}$.
3. c) Diagonale² = $60^2 + 80^2 = 3\ 600 + 6\ 400 = 10\ 000 \rightarrow 100 \text{ m}$.
4. d) Hauteur² = $5^2 - 4^2 = 25-16 = 9 \rightarrow 3 \text{ m}$.

Barème

- Exercice 1 : 5/6 = pré-requis acquis.
- Exercice 2 : 5/6 = cas direct hypoténuse maîtrisé.
- Exercice 3 : 5/6 = cas inverse (soustraction) maîtrisé.
- Exercice 4 : 5/6 = réciproque acquise.
- Exercice 5 : 3/4 = transfert problèmes.

Erreurs fréquentes et remédiation

Erreur observée	Cause probable	Action courte
écrit $AB^2 + BC^2 = AC^2$ au lieu de l'inverse	place l'hypoténuse n'importe où	TOUJOURS commencer par : 'hypoténuse ² = somme des carrés des

		deux autres'. Identifier l'hypoténuse en 1er
additionne au lieu de soustraire pour trouver un côté de l'angle droit	automatisme du cas direct	rappeler : si on cherche un côté de l'angle droit, c'est SOUSTRACTION ($hyp^2 - côté^2 = côté\ manquant^2$)
écrit $BC^2 = 25 \rightarrow BC = 25$	oublie la racine carrée	$BC^2 = 25 \rightarrow BC = \sqrt{25} = 5$ (extraire la racine)
applique Pythagore à un triangle quelconque	ne vérifie pas l'angle droit	TOUJOURS vérifier la présence d'un angle droit AVANT d'appliquer
conclut 'rectangle' avec une approximation 99,8 ≈ 100	calcul mental approché	comparer EXACTEMENT les deux carrés ; si différents (même de 1), ce n'est pas rectangle



Guide enseignant / adulte

Préparation matérielle

- 1 fiche imprimée par élève
- Calculatrice (pour les racines carrées non entières)
- Règle + équerre + compas
- Affichage : tableau des carrés de 1 à 20 + des triplets pythagoriciens usuels (3-4-5, 5-12-13, 8-15-17, 7-24-25, 9-40-41)

Conseils de passation

Phase	Durée	Consigne
Lancement Vrai/Faux	4 min	Réviser : carrés mémorisés (1-15), définition hypoténuse.
Pythagore direct : hypoténuse	8 min	Modéliser la rédaction en 4 étapes au tableau.
Pythagore inverse : côté droit	8 min	Insister : on soustrait, pas on additionne. Modéliser.
Réciproque	9 min	Modéliser : calcul des 2 carrés à comparer. Si égalité = rectangle.
Problèmes	12 min	Lire ensemble. Identifier le triangle rectangle dans l'énoncé. Faire un schéma.
Chrono calcul mental	3 min	10 triplets rapides.
Auto-évaluation	1 min	Cocher 1 smiley par critère.



Suivi

Date	Note / 10	Notion à reprendre	Date de reprise