Maths collège

Théorème de Pythagore : formule, méthode et exemples

Théorème de Pythagore : définition, formule, hypoténuse, méthode de calcul et exemples clairs pour réussir les exercices au collège.

Cours de mathématiques niveau

Le théorème de Pythagore affirme que, dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés. Il permet de calculer une longueur manquante ou de vérifier si un triangle est rectangle avec l'égalité adaptée à la figure.

Votre enfant bloque devant un triangle avec des lettres partout et vous demande : « Comment savoir quel côté mettre au carré ? » C'est exactement là que le théorème de Pythagore devient utile. Au collège, cette propriété revient souvent en contrôle et au brevet, mais les erreurs viennent presque toujours du vocabulaire : repérer l'angle droit, reconnaître l'hypoténuse, puis écrire la bonne égalité. Avec une méthode simple et des repères concrets, on peut éviter les confusions et résoudre les exercices plus vite, sans apprendre une formule par cœur sans la comprendre.

En bref : les réponses rapides

Comment savoir rapidement si un triangle est rectangle avec ses trois côtés ? — On identifie d'abord le plus grand côté, puis on compare son carré à la somme des carrés des deux autres. Si l'égalité est vraie, la réciproque permet de conclure que le triangle est rectangle.

Comment trouver un côté quand on ne connaît pas l'hypoténuse ? — On part toujours de l'égalité du théorème, puis on isole le carré du côté recherché par soustraction. À la fin, on prend la racine carrée du résultat obtenu.

Quels triplets pythagoriciens faut-il connaître au collège ? — Les plus utiles sont 3-4-5, 5-12-13 et 8-15-17. Ils permettent de vérifier plus vite certains exercices et d'estimer si un résultat est plausible.

Quelle différence entre le théorème de Pythagore et celui de Thalès ? — Pythagore relie les longueurs dans un triangle rectangle grâce aux carrés des côtés.

Thalès relie des longueurs proportionnelles dans des configurations de droites parallèles.

Théorème de Pythagore : définition, formule et vocabulaire à connaître sans se tromper

Le **Théorème de Pythagore** dit que, dans un **triangle rectangle**, le carré de l'**hypoténuse** est égal à la somme des carrés des deux autres côtés. En notation, si ABC est rectangle en A, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$. Cette **propriété de pythagore** sert à calculer une longueur manquante, très souvent au **collège** et au brevet.

La **théorème de pythagore formule** s'applique uniquement à un triangle qui possède un angle droit, c'est-à-dire un angle de 90°. Le côté placé en face de cet angle droit s'appelle l'**hypoténuse** : c'est toujours le plus long côté du triangle. L'énoncé exact est le suivant : dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés. Si un triangle ABC est rectangle en A, alors l'**égalité de pythagore** est

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

Les lettres changent selon la figure, mais la logique ne change jamais : on repère d'abord l'angle droit, puis on nomme l'hypoténuse, et seulement ensuite on écrit la formule avec les bonnes lettres. Cette méthode évite l'erreur classique qui consiste à placer au hasard le côté au carré du membre de gauche.

Le vocabulaire compte autant que le calcul. Le *carré d'une longueur*, par exemple AB^2, ne signifie pas $AB \times 2$, mais $AB \times AB$. De même, la **racine carrée** intervient quand on cherche la longueur elle-même après avoir trouvé son carré : si $BC^2 = 49$, alors $BC = \sqrt{49} = 7$. La **théorème de pythagore formule** se retient souvent sous la forme générale $c^2 = a^2 + b^2$, où c désigne l'hypoténuse ; néanmoins, dans un exercice, il faut remplacer a, b et c par les lettres réelles de la figure. Derrière cette égalité, il y a une idée géométrique simple : l'aire du carré construit sur l'hypoténuse est égale à la somme des aires des carrés construits sur les deux autres côtés. Pythagore est donc lié à une relation de surfaces, même si, au collège, on l'utilise surtout pour des calculs de longueurs.

Situation	Formule
Triangle ABC rectangle en A	$BC^2 = AB^2 + AC^2$
Recherche de l'hypoténuse BC	$BC = \sqrt{AB^{2} + AC^{2}$
Recherche d'un côté de l'angle droit	$AB = \sqrt{BC^{2} - AC^{2}$

À retenir : l'**hypoténuse** est le côté opposé à l'angle droit ; dans l'**égalité de pythagore**, son carré est seul d'un côté de la formule.

Si DEF est rectangle en E, alors $DF^2 = DE^2 + EF^2$.

⚠ Ne pas utiliser la **propriété de pythagore** dans un triangle non rectangle, ni confondre x^2 avec $2x$; en revanche, après le calcul du carré, penser à prendre la **racine carrée** pour retrouver une longueur.

Comment calculer une longueur avec le théorème de Pythagore : méthode simple, vérification rapide et exemples

Pour utiliser le **théorème de Pythagore**, on vérifie d'abord que le triangle est rectangle, on repère l'**hypoténuse**, puis on écrit l'égalité avec les bonnes lettres. Ensuite, on remplace par les longueurs connues, on calcule les carrés et, si besoin, on prend la **racine carrée** pour trouver la longueur cherchée, en gardant les bonnes *unités de longueur*.

En **théorème de pythagore calcul**, la règle à connaître est : dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés. On écrit donc

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

si le triangle est rectangle en A, avec BC comme hypoténuse. Pour **calculer l'hypoténuse**, on additionne deux carrés puis on prend la racine : $BC=\sqrt{AB^{2}+AC^{2}}$. Pour **calculer un autre côté**, on soustrait : $AB=\sqrt{BC^{2}-AC^{2}}$. Vérification rapide : l'hypoténuse doit être le *plus long côté*, et le résultat final doit rester cohérent avec la figure. Une diagonale de cour rectangulaire est plus longue qu’un côté, mais plus courte que la somme des deux côtés.

Situation	Formule	Contrôle rapide
Triangle rectangle en A	$AB^2+AC^2=BC^2$	BC est le plus long côté
Hypoténuse cherchée	$BC=\sqrt{AB^{2}+AC^{2}}$	Le résultat est supérieur à AB et AC
Autre côté cherché	$AB=\sqrt{BC^{2}-AC^{2}}$	Le résultat est inférieur à l’hypoténuse

Voici **comment on calcule le théorème de Pythagore** en rédaction de collège. Exemple avec une **échelle** de 5 m posée contre un mur, dont le pied est à 3 m du mur. Le triangle est rectangle entre le sol et le mur. L’échelle est l’hypoténuse. On cherche la hauteur atteinte : $$h=\sqrt{5^{2}-3^{2}=\sqrt{25-9}=\sqrt{16}=4$ Onrédige : “Dansletrianglerectangle, d’aprèslethéorèmedePythagore, h^{2}+3^{2}=5^{2} . Donc h^{2}=16 , d’où h=4$.” **Conclusion :** l’échelle atteint **4 m**. Les unités restent en mètres du début à la fin. C’est un bon **théorème de pythagore exemple** pour voir qu’on soustrait quand l’hypoténuse est connue.

À retenir : si tu prends la racine carrée d’un résultat négatif, ou si le côté trouvé est plus long que l’hypoténuse, il y a une erreur de repérage.

Autre cas concret : une **cour rectangulaire** mesure 12 m sur 16 m. On veut le trajet diagonal le plus court d’un coin à l’autre. Cette fois, on cherche l’hypoténuse : $$d=\sqrt{12^{2}+16^{2}=\sqrt{144+256}=\sqrt{400}=20$ Onconclut : “Ladiagonalemesure 20m .” Lavérificationestimmédiate : 20 estbienplusgrandque 12 et 16 . Cecalculmentaldevienttrèsrapideavecles tripletspythagoriciens simples, comme (3;4;5) ou (5;12;13) . Ici, 12 , 16 , 20 estunmultiplede (3;4;5)$. Pour t’entraîner, passe ensuite à un **théorème de pythagore exercice corrigé** : même méthode, même rédaction, mêmes contrôles.

Exemple minute : si les côtés mesurent 6 cm et 8 cm, l’hypoténuse vaut 10 cm car $6^2+8^2=10^2$.

⚠ Erreurs fréquentes : oublier de vérifier que le triangle est rectangle, confondre hypoténuse et autre côté, mélanger cm et m, ou écrire une égalité du type $5^2+3^2=4^2$ alors que **le plus grand côté** doit être seul à droite.

LE COURS : Le théorème de Pythagore - Quatrième — Yvan Monka

Réciproque ou contraposée du théorème de Pythagore : tableau décisionnel pour savoir quand les utiliser

On utilise la **réciproque du théorème de Pythagore** pour prouver qu'un triangle est rectangle à partir de ses trois longueurs. On utilise la **contraposée du théorème de Pythagore** pour prouver qu'il ne l'est pas. Le théorème, lui, sert à *calculer* une longueur dans un triangle déjà rectangle : tout dépend donc de la question posée et de la **nature d'un triangle** à démontrer.

La logique est simple, mais les élèves mélangent souvent **calculer** et **démontrer**. Si le triangle est déjà annoncé rectangle, on applique le théorème : dans un triangle rectangle, si l'hypoténuse mesure c et les deux autres côtés a et b, alors $a^2+b^2=c^2$. En revanche, si l'on connaît seulement trois longueurs et que l'on cherche la **nature d'un triangle**, on ne calcule pas une longueur inconnue : on teste une **égalité**. Si la plus grande longueur vérifie $a^2+b^2=c^2$, on utilise la **réciproque** et le triangle est rectangle. Si cette égalité est fausse, donc si $a^2+b^2\neq c^2$, on utilise la **contraposée** et le triangle n'est pas rectangle. Le bon réflexe, avant tout calcul, consiste à repérer le plus grand côté : c'est lui qui doit jouer le rôle de l'hypoténuse potentielle.

Outil	Situation de départ	Données nécessaires	Objectif	Égalité à utiliser	Conclusion possible	Erreur fréquente
Théorème	Triangle déjà rectangle	Deux longueurs au moins	Calculer une longueur	$a^2+b^2=c^2$	On trouve un côté	Vouloir prouver qu'il est rectangle
Réciproque	Trois côtés connus	Les trois longueurs	Prouver qu'il est rectangle	Tester si $a^2+b^2=c^2$	Triangle rectangle	Oublier de prendre le plus grand côté pour c
Contraposée		Les trois longueurs	Prouver qu'il	Montrer que $a^2+b^2\neq c^2$		Conclure trop vite sans

Outil	Situation de départ	Données nécessaires	Objectif	Égalité à utiliser	Conclusion possible	Erreur fréquente
	Trois côtés connus		n’est pas rectangle		Triangle non rectangle	comparer les carrés

À retenir : quand utiliser la réciproque du théorème de Pythagore ? Quand les *trois longueurs* sont connues et que l’on veut établir la nature d'un triangle.

Exemple court de **réciproque** : un triangle a pour côtés 6, 8 et 10. On repère d’abord le plus grand côté, 10. Puis on teste : $6^2+8^2=36+64=100$ et $10^2=100$. Les deux résultats sont égaux, donc, par la **réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle est rectangle. Ici, on ne cherche aucune longueur : on produit une preuve sur la **nature d'un triangle**. Exemple de **contraposée** : côtés 5, 6 et 8. On calcule $5^2+6^2=25+36=61$, alors que $8^2=64$. Comme $61\neq64$, l’égalité de Pythagore n’est pas vérifiée ; par conséquent, par la **contraposée du théorème de Pythagore**, ce triangle n’est pas rectangle. La différence est donc nette : le théorème sert à calculer, la réciproque et la contraposée servent à démontrer.

Avec 9, 12 et 15, on a $9^2+12^2=15^2$: réciproque, donc triangle rectangle.

⚠ Erreur classique : écrire la réciproque alors que le triangle est déjà dit rectangle, ou tester l’égalité avec un côté qui n’est pas le plus long ; dans les deux cas, la démonstration devient fausse.

Erreurs fréquentes, astuces de brevet et applications concrètes du théorème de Pythagore

Les erreurs les plus fréquentes sont simples : choisir le mauvais côté pour l’**hypoténuse**, oublier le carré, mal gérer $\sqrt{x}$ ou appliquer le théorème dans un triangle non rectangle. Pour progresser, vérifie l’angle droit, rédige proprement, puis contrôle si le résultat est *cohérent* avec la figure.

À maîtriser vite : dans un triangle rectangle, si c est l’hypoténuse, alors $a^2+b^2=c^2$. Pour chercher un côté, on isole puis on prend la racine : $c=\sqrt{a^{2}+b^{2}}$ ou $a=\sqrt{c^{2}-b^{2}}$. La vérification mentale avant calcul tient en quatre tests : angle droit visible, hypoténuse en face de cet angle, longueur la plus grande, unité identique. C'est la meilleure défense contre le faux *théorème de pythagore exercice* appris par cœur mais mal appliqué. Au **brevet**, une rédaction minimale suffit : “Le triangle est rectangle en …, donc d'après le théorème de Pythagore…”. Puis un contrôle rapide : une hypoténuse trouvée doit être plus grande que chaque autre côté ; un côté de l'angle droit trouvé doit être plus petit que l'hypoténuse. Sinon, erreur probable.

Situation	Formule	Contrôle rapide
Calcul de l'hypoténuse	$c=\sqrt{a^{2}+b^{2}}$	c est le plus grand côté
Calcul d'un autre côté	$a=\sqrt{c^{2}-b^{2}}$	$a\<c$
Distance sur quadrillage	$d=\sqrt{(\Delta x)^{2}+(\Delta y)^{2}}$	**distance euclidienne**

Les pièges reviennent toujours. Confondre côté et carré, écrire $a+b=c$, ou calculer $\sqrt{49}=\pm 7$ dans un problème de longueur. Non : une longueur est positive. Les **triplets pythagoriciens** font gagner du temps, surtout 3 - 4 - 5, 5 - 12 - 13, 8 - 15 - 17. Si les longueurs sont proportionnelles, pas besoin de calcul long. C'est utile en **arpentage**, pour une échelle contre un mur, la diagonale d'une pièce, ou celle d'un écran. Voilà aussi **quelle est l'utilité du théorème de pythagore** : mesurer une distance inaccessible avec deux mesures simples. Même idée sur un quadrillage, en repérage, en navigation ou en **géolocalisation** simplifiée, sans dépasser le niveau collège.

À retenir : angle droit d'abord, hypoténuse ensuite, carrés partout, racine à la fin, résultat plausible toujours.

Exemple minute : avec 6 cm et 8 cm, l'hypoténuse vaut $\sqrt{6^{2}+8^{2}}=\sqrt{100}=10$ cm.

⚠ Ne pas utiliser Pythagore dans un triangle non rectangle ; dans ce cas, le **Théorème de Thalès** peut intervenir, mais il compare des longueurs proportionnelles, il ne calcule pas une diagonale.

Petit clin d'œil culturel. Le résultat est associé à **Pythagore**, mais on en trouve des traces bien avant, en **Mésopotamie** et en **Inde**. Cette ancienneté explique sa présence partout.

Au brevet, retiens la comparaison utile : le **théorème de thalès** sert avec des droites parallèles et des rapports ; Pythagore sert avec un triangle rectangle et des carrés. Si tu hésites, pose cette question : “Y a-t-il un angle droit ou des parallèles ?” La bonne méthode apparaît souvent tout de suite.

Les 5 erreurs qui font perdre des points au collège

Les erreurs les plus fréquentes avec le **théorème de Pythagore** sont simples, mais elles coûtent vite des points : appliquer la formule dans un triangle non rectangle, confondre l’**hypoténuse**, oublier les carrés, mal calculer une racine carrée, ou ne pas rédiger la conclusion. Le bon réflexe : vérifier l’angle droit, repérer le plus grand côté, écrire $a^2+b^2=c^2$ correctement, puis conclure par une phrase complète.

Première faute : utiliser le **théorème de Pythagore** sans angle droit. Correctif mémorisable : *pas d’angle droit, pas de Pythagore*. Deuxième faute : prendre un mauvais côté pour l’hypoténuse ; or c’est toujours le côté opposé à l’angle droit, donc souvent le plus long. Pensez : *hypoténuse = en face du rectangle*. Troisième faute : écrire $a+b=c$ au lieu de $a^2+b^2=c^2$; retenez **les longueurs se mettent au carré avant l’addition**. Quatrième faute : rater la racine carrée, par exemple confondre $\sqrt{49}=7$ et $\sqrt{49}=14$; vérifiez en refaisant le carré. Cinquième faute : finir sans phrase de conclusion. Pourtant, au collège, une réponse attendue est rédigée : **“Donc le triangle est rectangle”** ou **“Donc $AC=5$ cm”**. Une ligne claire vaut souvent un point.

Comment on calcule le théorème de Pythagore ?

Dans un triangle rectangle, je calcule la longueur manquante avec la formule $a^2 + b^2 = c^2$, où c est l’hypoténuse, le plus long côté. Si je cherche l’hypoténuse, j’additionne les carrés des deux autres côtés puis je prends la racine carrée. Si je cherche un autre côté, je fais une soustraction avant la racine carrée.

Quelle est l'utilité du théorème de Pythagore ?

Le théorème de Pythagore sert à calculer une longueur dans un triangle rectangle quand on connaît les deux autres. Je l’utilise souvent en géométrie, en construction, en architecture ou pour vérifier des distances. Il permet aussi de savoir si une figure peut être rectangle et de résoudre de nombreux problèmes concrets de mesure.

Quel est la réciproque de Pythagore ?

La réciproque du théorème de Pythagore dit que si, dans un triangle, le carré du plus long côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle. Je m’en sers donc pour prouver qu’un triangle est rectangle à partir des longueurs connues.

Comment trouver l'égalité de Pythagore ?

Pour écrire l'égalité de Pythagore, je repère d'abord le triangle rectangle et surtout l'hypoténuse, le côté opposé à l'angle droit. Ensuite, j'écris : côté 1^2 + côté 2^2 = hypoténuse². Par exemple, si ABC est rectangle en A, alors j'écris $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

Quand apprend ton le théorème de Pythagore ?

En général, on apprend le théorème de Pythagore au collège, le plus souvent en classe de 4e en France. Il fait partie des bases importantes de la géométrie. Je conseille de bien comprendre d'abord ce qu'est un triangle rectangle, car tout le théorème repose sur cette condition essentielle.

Quand utiliser la réciproque du théorème de Pythagore ?

J'utilise la réciproque du théorème de Pythagore quand je connais les trois longueurs d'un triangle et que je veux savoir s'il est rectangle. Je compare alors le carré du plus grand côté avec la somme des carrés des deux autres. Si les deux valeurs sont égales, le triangle est rectangle.

Quelle est la formule du théorème de Thalès ?

La formule du théorème de Thalès dépend de la figure, mais dans la configuration classique, si deux droites sont parallèles, on a des longueurs proportionnelles. Par exemple, dans un triangle ABC avec D sur AB et E sur AC, si DE est parallèle à BC, alors $AD/AB = AE/AC = DE/BC$.

Comment on fait le théorème de Thalès ?

Pour appliquer le théorème de Thalès, je vérifie d'abord qu'il y a un triangle coupé par une droite parallèle à un côté. Ensuite, j'écris les rapports de longueurs correspondants dans le bon ordre. Enfin, je résous l'égalité de proportions pour trouver la longueur inconnue, sans mélanger les côtés homologues.

Pour réussir avec le théorème de Pythagore, retenez d'abord une règle simple : il ne s'utilise que dans un triangle rectangle, et l'hypoténuse est toujours le côté opposé à l'angle droit. Avant chaque calcul, vérifiez la figure, écrivez l'égalité avec les bonnes lettres, puis seulement remplacez par les valeurs. En appliquant cette routine à chaque exercice, les calculs deviennent beaucoup plus sûrs. Vous pouvez ensuite vous entraîner avec des cas classiques, puis passer à la réciproque et à la contraposée.

Mis à jour le 05 mai 2026

Continue sur maths-college.fr