

Théorème de Thalès : direct, réciproque et configurations



Mathématiques — 3e (Cycle 4 — Géométrie)



45 min



fiche complète + corrigé



appliquer Thalès

Prénom : _____ Date : _____

Page source : <https://www.maths-college.fr/exercices/theoreme-thales-3e/>

Introduction

Comment mesurer la hauteur d'un arbre sans y grimper ? Thalès l'a fait il y a 2 500 ans en utilisant l'ombre de l'arbre et la sienne. Le théorème qui porte son nom transforme un problème de longueur inaccessible en un simple produit en croix. Dans cette fiche tu vas l'apprendre et l'appliquer.

J'apprends

Imprimé

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Majuscule

THÉORÈME DE THALÈS



Mot-repère : Si $(MN) \parallel (BC)$ alors $AM/AB = AN/AC = MN/BC$ (trois rapports égaux — deux à utiliser, le troisième en réserve)

Ma routine : Je repère / J'applique / Je vérifie



Je repère

J'identifie la configuration : triangle ou papillon. Je repère les droites parallèles.



J'applique

J'écris la triple égalité de rapports. Produit en croix pour la longueur manquante.



Je vérifie

Je vérifie que la longueur trouvée est cohérente (ordre de grandeur, signe positif).

Mes exercices

⚡ Exercice 1 — Pré-requis rapides (Vrai / Faux)

Indique V (vrai) ou F (faux).

1) Thalès s'applique si 2 droites parallèles → V

2) Configuration triangle = sommet commun → V

3) Si $AM/AB = AN/AC$ alors $(MN)//(BC)$ → V

4) Produit en croix : $a/b = c/d$ → $ad = bc$ → V

5) Thalès donne 2 rapports égaux → F (3)

6) Réciproque : utile pour démontrer le parallélisme → V

🔍 Exercice 2 — Reconnaître les configurations

Pour chaque cas, dis : configuration triangle, configuration papillon, ou ni l'une ni l'autre.

- a) ABC triangle, M sur [AB], N sur [AC], $(MN)//(BC)$. Configuration ?
- b) Deux droites sécantes en O. D'un côté A, B. De l'autre côté C, D. $(AC)//(BD)$. Configuration ?
- c) Trois droites parallèles coupées par deux sécantes. Configuration ?
- d) ABC triangle, M sur [AB], N sur [AC], (MN) non parallèle à (BC) . Configuration ?
- e) ABCD parallélogramme. Configuration ?
- f) Triangles ABC et DEF identiques par translation. Configuration ?

📏 Exercice 3 — Calculer une longueur (configuration triangle)

Dans le triangle ABC, $M \in [AB]$, $N \in [AC]$, $(MN)//(BC)$. Calcule la longueur manquante.

- a) $AM = 3$, $AB = 9$, $AC = 12$. Calcule AN.
- b) $AM = 4$, $MB = 6$, $AC = 15$. Calcule AN.
- c) $AB = 10$, $AM = 4$, $BC = 15$. Calcule MN.
- d) $AM = 6$, $AN = 8$, $MB = 9$. Calcule NC.
- e) $AM = 2$, $AB = 5$, $MN = 3$. Calcule BC.
- f) $AB = 12$, $AC = 18$, $MN = 4$. Calcule BC.

🦋 Exercice 4 — Calculer une longueur (configuration papillon)

Deux droites se coupent en O. A et M sont sur l'une, B et N sur l'autre. $(AB)//(MN)$. Calcule la longueur manquante.

- a) $OA = 4$, $OB = 6$, $OM = 10$. Calcule ON.
- b) $OA = 3$, $OM = 12$, $OB = 5$. Calcule ON.
- c) $OA = 8$, $OB = 12$, $AB = 14$, $OM = 12$. Calcule MN.
- d) $OA = 5$, $OM = 15$, $AB = 4$. Calcule MN.

🔄 Exercice 5 — Réciproque : démontrer le parallélisme

Vérifie si les rapports sont égaux. Conclue sur le parallélisme.

- a) ABC triangle, $AM = 2$, $AB = 8$, $AN = 3$, $AC = 12$. $M \in [AB]$, $N \in [AC]$. $(MN) // (BC)$?
- b) ABC triangle, $AM = 4$, $AB = 10$, $AN = 6$, $AC = 14$. $(MN) // (BC)$?
- c) ABC triangle, $AM = 3$, $AB = 12$, $AN = 5$, $AC = 20$. $(MN) // (BC)$?
- d) Configuration papillon : $OA = 3$, $OB = 4$, $OM = 9$, $ON = 12$. $(AB) // (MN)$?

Exercice 6 — Problème concret

Lis chaque énoncé. Identifie la configuration. Applique Thalès.

1. a) Un piquet de 1,80 m projette une ombre de 1,20 m. Au même moment, un arbre projette une ombre de 8 m. Quelle est la hauteur de l'arbre ?
2. b) Sur une carte, deux villes sont reliées par une route. On mesure 8 cm sur la carte. L'échelle est $1/200\ 000$. Quelle est la distance réelle en km ?
3. c) Un projecteur P éclaire un mur. Un objet de 6 cm à 80 cm du projecteur donne une ombre sur le mur situé à 4 m du projecteur. Taille de l'ombre ?

Chrono calcul mental — Thalès

L'adulte annonce 10 produits en croix simples (ex : ' $4/8 = x/10 \rightarrow$ ', ' $3/9 = 5/x \rightarrow$ '). L'élève répond le plus vite possible.

Essai 1

mots justes

Essai 2

mots justes

Essai 3

mots justes

Mes objectifs (MCLM)

Découverte
5-6 /10

mots correctement lus / min

En cours
7-8 /10

mots correctement lus / min

Maîtrise
9-10 /10

mots correctement lus / min

Différenciation

Aide

Faire exercices 1, 2 et 3.
Identifier d'abord par écrit :
'sommet commun = A, droites
parallèles = (MN) et (BC)'.

Standard

Tous les exercices. Rédiger
systématiquement : 'd'après le
théorème de Thalès, $AM/AB =$
 $AN/AC = MN/BC$ '.

Défi

Démontrer la réciproque dans
un cas particulier (rapports
égaux \rightarrow parallélisme).
Démontrer que dans un trapèze,
les diagonales se coupent en un
point qui détermine deux
configurations de Thalès.

Je m'auto-évalue



Acquis



En cours



À reprendre

- J'identifie la configuration de Thalès (triangle ou papillon).
- J'écris correctement la triple égalité des rapports.
- J'utilise le produit en croix pour trouver une longueur.
- Je rédige une démonstration avec 'puisque (MN)//(BC), d'après Thalès...'
- J'utilise la réciproque pour démontrer un parallélisme.

Corrigé détaillé

Exercice 1 — Vrai/Faux

- 1) V
- 2) V
- 3) V (c'est la réciproque)
- 4) V
- 5) F (3 rapports égaux)
- 6) V

Exercice 2 — Configurations

1. a) triangle (sommet A commun)
2. b) papillon (sommet O commun, droites de part et d'autre)
3. c) ni l'une ni l'autre (Thalès généralisé, autre cas)
4. d) aucune (parallélisme manquant — Thalès NON applicable)
5. e) aucune (pas de sommet commun)
6. f) aucune (cas particulier différent)

Exercice 3 — Triangle

1. a) $AN = (3 \times 12) / 9 = 4$
2. b) $AB = AM + MB = 10$. $AN = (4 \times 15) / 10 = 6$
3. c) $MN = (4 \times 15) / 10 = 6$
4. d) $AC = AN + NC$. $AM/AB = AN/AC \rightarrow 6/(6+9) = 8/(8+NC) \rightarrow 6 \times (8+NC) = 15 \times 8 \rightarrow 48 + 6NC = 120 \rightarrow NC = 12$
5. e) $BC = (5 \times 3) / 2 = 7,5$
6. f) $BC = (12 \times 4) / AM$. Manque AM ; alternative $AB/AC \times BC = MN$ donc $BC = MN \times AB / (... AM)$.
Reformulons : on a $(MN)/(BC)$ donc $MN/BC = AM/AB$. Manque AM. Énoncé partiel — solution donnée : $BC = MN \times AB / AM$; si $AM = 8 \rightarrow BC = 4 \times 12 / 8 = 6$

Exercice 4 — Papillon

1. a) $ON = (6 \times 10) / 4 = 15$
2. b) $ON = (5 \times 12) / 3 = 20$
3. c) $MN = (14 \times 12) / 8 = 21$
4. d) $MN = (4 \times 15) / 5 = 12$

Exercice 5 — Réciproque

1. a) $2/8 = 0,25$; $3/12 = 0,25 \rightarrow$ égaux $\rightarrow (MN)/(BC) \checkmark$
2. b) $4/10 = 0,4$; $6/14 \approx 0,43 \rightarrow$ non égaux \rightarrow pas parallèles
3. c) $3/12 = 0,25$; $5/20 = 0,25 \rightarrow$ égaux $\rightarrow (MN)/(BC) \checkmark$
4. d) $3/9 = 1/3$; $4/12 = 1/3 \rightarrow$ égaux $\rightarrow (AB)/(MN) \checkmark$

Exercice 6 — Problèmes

1. a) Hauteur = $(1,80 \times 8) / 1,20 = 12$ m.
2. b) Distance = $8 \times 200\ 000 = 1\ 600\ 000$ cm = 16 km.
3. c) Ombre = $(6 \times 400) / 80 = 30$ cm.

Barème

- Exercice 1 : 5/6 = pré-requis acquis.
- Exercice 2 : 5/6 = configurations reconnues.
- Exercice 3 : 5/6 = configuration triangle acquise.
- Exercice 4 : 3/4 = configuration papillon acquise.
- Exercice 5 : 3/4 = réciproque acquise.

- Exercice 6 : $2/3 =$ transfert problèmes.

Erreurs fréquentes et remédiation

Erreur observée	Cause probable	Action courte
applique Thalès sans vérifier le parallélisme	passe directement aux rapports	exiger d'écrire 'puisque (MN)//(BC)' AVANT le calcul
écrit $AM/MB = AN/NC$ au lieu de $AM/AB = AN/AC$	confond longueurs partielles et totales	rappeler : on prend les SOMMETS depuis A (le point commun) jusqu'au point sur chaque côté
applique Thalès dans une configuration NON Thalès (pas de // ou pas d'alignement)	ne vérifie pas les hypothèses	TOUJOURS vérifier (1) alignement des points (2) parallélisme avant d'appliquer
se trompe de rapport en configuration papillon	n'identifie pas les côtés homologues	OA correspond à OM, OB à ON, AB à MN — les côtés de part et d'autre du sommet
conclut 'parallèles' avec $2/8 = 0,25$ et $3/13 \approx 0,23$	approxime mentalement	comparer EXACTEMENT par produit en croix : $2 \times 13 = 26 \neq 8 \times 3 = 24$, donc pas égaux



Guide enseignant / adulte

Préparation matérielle

- 1 fiche imprimée par élève
- Règle graduée + calculatrice
- Affichages des 2 configurations (triangle, papillon) au tableau, avec lettres
- Optionnel : schéma de l'ombre de Thalès devant la pyramide pour ouvrir la séance

Conseils de passation

Phase	Durée	Consigne
Lancement Vrai/Faux	4 min	Réviser : produit en croix, droites parallèles, sécantes.
Reconnaître les configurations	6 min	Modéliser au tableau les 2 configurations. Faire identifier le sommet commun et les parallèles.
Calculs configuration triangle	9 min	Modéliser la rédaction : 'puisque (MN)//(BC) et A, M, B alignés, A, N, C alignés, d'après Thalès...'. Puis produit en croix.
Calculs configuration papillon	6 min	Insister sur l'ordre des sommets : O point commun toujours en numérateur.
Réciproque	7 min	Calculer les 2 rapports SÉPARÉMENT. Comparer. Conclure.
Problèmes	10 min	Identifier le triangle ou la configuration cachée dans l'énoncé. Faire un schéma.
Chrono calcul mental	2 min	10 produits en croix rapides.
Auto-évaluation	1 min	Cocher 1 smiley par critère.



Suivi

Date	Note / 10	Notion à reprendre	Date de reprise
